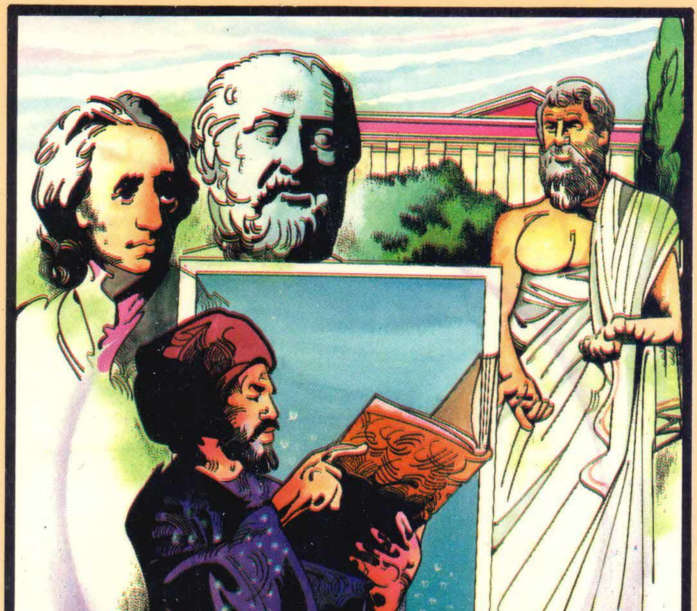
الأعلام من الفلاسفة

تأليف
الأستاذ الدكتور فاروق عبد المعطي
وكيل كلية الآداب - جامعة المنصورة

فيثاغورس

فيلسوف علم الرياضيات



دار الكتب العلمية

يطلب من : دار الكتب العلمية بيروت - لبنان
ص.ب : ١١/٩٤٢٤ - تلكس : Nasher 41245 Le
هاتف : ٣٦٦١٣٥ - ٣٣ ٦٠٢١ - ٨٦٨٠٥١ - ٨١٥٥٧٣
فاكس : ٤٧٨١٢... /١٢١٢/ ٠٠ - ٣٣ ٦٠٢١ /٩٦١١/ ٠٠

الأعلام من الفلاسفة

فيثاغورس

فيلسوف علم الرياضيات

تأليف
الأستاذ الدكتور فاروق عبد المعطي
وكيل كلية الآداب/جامعة المنصورة

دار الكتب العلمية
بيروت - لبنان

الطبعة الأولى
١٤١٤هـ - ١٩٩٤م.

دار الكتب العلمية بيروت - لبنان
ص.ب: ١١/٩٤٢٤ - تلكس: Nasher 41245 Le
هاتف: ٣٦٦١٣٥ - ٨١٥٥٧٣-٨٦٨٠٥١-٦٠٢١٣٣
فاكس: ٤٧٨١٣٧٣/١٢١٢/٠٠ - ٦٠٢١٣٣/٩٦١١/٠٠

بسم الله الرحمن الرحيم

(تصدير)

فكرة الفلسفة اليونانية بصفة عامة
أصول الفلسفة اليونانية وتطورها

من الطبيعي في بداية أية دراسة أن يتوقع القارىء من المؤلف أن يذكر له ما هو موضوع تلك الدراسة ؛ إن علم النبات هو المعرفة بالنباتات وعلم الفلك هو المعرفة بالأجرام السماوية والجيولوجيا هي المعرفة بصخور القشرة الأرضية فما هو - إذن - المجال الخاص للفلسفة ؟ عن أي شيء تدور الفلسفة ؟ هنا ليس من السهل الإدلاء برأي لأن محتوى الفلسفة قد اختلف اختلافاً كبيراً في حقب التاريخ المتباينة .

وبصفة عامة هناك اتجاه ينمو إلى تضييق مجال هذا الموضوع مع تقدم المعرفة مع استبعاد ما كان في السابق متضمناً في الفلسفة . وهكذا نجد في أيام أفلاطون أن الفيزياء وعلم الفلك كانا واردين كجزءين من أجزاء الفلسفة بينما هما الآن يشكلان علمين منفصلين . وعلى أية حال ليست هذه الصعوبة مما لا يمكن تذليلها . فما يقوم أساساً ضد الجهد لوضع إطار لتحديد الفلسفة هو أن المحتوى الدقيق للفلسفة تنظر إليه مدارس الفكر المختلفة نظرات متباينة . ومن ثم فان تعريفاً للفلسفة قد يرسمه أحد أتباع الفيلسوف البريطاني هربرت سبنسر لن يكون مقبولاً من جانب مفكر هيجلي النزعة كما أن

التعريف الهيجلي مرفوض من جانب من يؤمن بسبنسر . فإذا أدخلنا في تعريفنا عبارات على نحو « المعرفة بالمطلق » فإن هذه العبارة على حين تلقى موافقة من بعض الفلاسفة فإن آخرين سيرفضون وجود أي مطلق على الاطلاق . وقد تقول مدرسة أخرى إنه قد يوجد مطلق لكنه مجهول حتى إن الفلسفة لا يمكن أن تكون معرفة به . ومع هذا فقد تقول لنا مدرسة أخرى إنه سواء كان هناك مطلق أم لا وسواء أمكن معرفته أم لا فان معرفته غير مجدية على الاطلاق ولا يجب البحث فيه . ومن ثم فإنه لا يمكن تقدير أي تعريف للفلسفة بدون معرفة بالأهداف الخاصة للمدارس المختلفة . بإيجاز ، إن المكان الملائم لاعطاء تعريف ليس في بداية دراسة الفلسفة بل في نهايتها ، وحينذاك ، وقد توفرت أمامنا جميع الآراء نكون قادرين على تحديد المسألة .

لهذا لن أبذل أية محاولة بطرح أي تعريف دقيق . ولكن ربما أكون قد خدمت هذا الغرض نفسه إذا التقطت بعض المعالم الرئيسية للفلسفة التي من شأنها أن تميزها عن أفرع المعرفة الأخرى وتصوير هذه المعالم بسرد بعض المشكلات الكبرى التي اعتاد الفلاسفة حلها دون أن يكون في هذه المحاولة أي كمال . أولاً ، إن الفلسفة تتميز من أفرع المعرفة الأخرى بأن هذه الأفرع تتناول قسماً جزئياً من العالم لدراستها بينما الفلسفة لا تتخصص على هذا النحو فهي تتناول الكون ككل . إن الكون واحد والمعرفة المثالية به واحدة ، غير أن مبادىء التخصص وتقسيم العمل تنطبق هنا كما في أي مجال آخر ، ومن ثم فإن علم الفلك يتخذ كموضوع له ذلك الجانب من الكون

الذي نسميه الأجرام السماوية ، كما يتخصص علم النبات في حياة النبات ويتخصص علم النفس في حقائق النفس وهكذا . غير أن الفلسفة لا تتناول هذا المجال الجزئي للوجود أو ذلك بل هي تتناول الوجود من حيث أنه وجود . انها تسعى إلى أن تنظر إلى الكون كنسق متآزر واحد للأشياء . ويمكن وصف الفلسفة بأنها علم الأشياء بصفة عامة ، إن العالم بجوانبه الكونية هو موضوعها . وكل العلوم تميل إلى التعميم ورد كثرة الوقائع الجزئية إلى قوانين عامة مفردة . أما الفلسفة فإنها تضطرد بهذه السيرورة إلى حدها الأقصى فهي تعمم بأكبر ما يسعها من تعميم وهي تسعى إلى رؤية الكون بأسره في ضوء أقل المبادىء العامة الممكنة ، بل تسعى إلى رؤيته في ضوء مبدأ أقصى واحد لو أمكن .

ويترتب على هذا أن العلوم الخاصة تفترض موضوعها ومعظم محتوياتها ويكون هذا موضوع ثقتها ، على حين أن الفلسفة تتابع كل شيء إلى أسسه القصوى . وقد يظن أن هذا الوصف للعلوم خاطيء . اليست القاعدة الجوهرية للعلم الحديث هي عدم افتراض أي شيء وعدم الثقة بأي شيء وعدم تأكيد شيء بدون برهان ومحاولة البرهنة على كل شيء ؟ لا شك أن هذا صحيح في حدود معينة : ولكن ليس الأمر كذلك وراء هذه الحدود . فكل العلوم تفترض مبادىء معينة وحقائق معينة تعد بالنسبة لها قصوى . وبحث هذه المبادىء والحقائق هو نصيب الفيلسوف ، وهكذا تلتقط الفلسفة خيط المعرفة في الموضع الذي تتركه عنده العلوم ، إنها تبدأ حيث تنتهي هذه العلوم وهي تبحث ما تأخذه هذه العلوم كقضية مسلمة .

فلنتناول بعض الأمثلة التوضيحية : إن الهندسة كعلم تتناول

قوانين المساحة ، لكنها تتناول المساحة كما تجدها في الخبرة العامة المشتركة فهي تأخذ المساحة أو المكان قضية مسلمة . وما من عالم بالهندسة يتساءل عن ماهية المساحة أو المكان . وهذه المسألة تصبح حينئذ مشكلة أمام الفلسفة . بالإضافة إلى هذا ، تقوم الهندسة على بعض القضايا الأساسية المحددة التي ترى أنها واضحة في ذاتها ولا تقتضي أي بحث . وهذه القضايا تسمى « مسلمات » . أمثلة على هذا أن الخطين المتوازيين لا يلتقيان وهذه هي مهمة الفلسفة . ليست المسألة أن الفلاسفة يهدفون إلى التشكيك في صدق هذه المسلمات . ولكن من المؤكد أن هناك شيئاً فريداً وحقيقة جديرة بالبحث هي أنه توجد بعض العبارات التي تشعر أن علينا أن نقدم عنها براهين تفصيلية وأن هناك عبارات من حالات أخرى لا نشعر إزاءها بهذه الضرورة . فكيف تكون هناك قضايا جلية بذاتها وأخرى يجب البرهنة عليها ؟ ما هو أساس هذه التفرقة ؟ وعندما نفكر فيها فإننا نجد أن الخواص الفريدة للعقل أنه يجب أن يكون قادراً على التعبير عن الأشياء بعبارات كلية وغير مشروطة اطلاقاً دون ذرة برهان أو دليل .

وعندما نقول إن الخطين المتوازيين لا يلتقيان فإننا لا نقصد فحسب أننا نجد هذا صحيحاً بالنسبة لكل خطين متوازيين جزئيين مما حاولنا أن نجربه ، بل نقصد أنهما لا يمكن أن يتواجدا ولن يتواجدا إلا على هذا النحو . إننا نقصد أنه منذ ملايين السنين لم يلتق أي خطين متوازيين وأن الأمر سيكون على هذا النحو أيضاً في ملايين السنين القادمة وأن الأمر سيكون على هذا النحو على سطح أبعد النجوم الخفية التي لا يستطيع أن يلتقطها تلسكوب . غير أنه

ليست لدينا خبرة بما سوف يقع في ملايين السنين القادمة كما أنه ليست لدينا معرفة بما يحدث في تلك النجوم البعيدة . ومع هذا فنحن نؤكد بثقة مطلقة أن مسلمتنا صادقة ويجب أن تكون صادقة بنفس القدر في كل مكان وزمان . زيادة على ذلك أننا لا نؤسس هذا على احتمالات نجمعها من التجربة . فما من مخلوق سيجري تجارب أو يستخدم تلسكوبات للبرهنة على أمثال هذه المسلمات . فكيف تأتّى أن هذه المسلمات بينة بذاتها وأن العقل لا يستطيع أن يدلي بهذه التأكيدات القاطعة التي تتجاوزه بدون دليل على الاطلاق ؟ إن علماء الهندسة لا يبحثون في هذه المسائل فهم يسلمون بالحقائق . وحل هذه المعضلات يقع على عاتق الفلسفة .

مرة أخرى إن العلوم الفيزيائية تسلم بوجود المادة . غير أن الفلسفة تتساءل عن ماهية المادة . قد يبدو لأول وهلة أن هذه المشكلة تخص عالم الفيزياء لا الفيلسوف فمشكلة « تكوين المادة » مشكلة فيزيائية معروفة تماماً . غير أن التأمل المتأني سوف يبين أن هذه المشكلة مشكلة مختلفة تماماً عما يبحث فيه الفيلسوف . فإنه حتى لو ظهر أن المادة كلها أثير أو كهرباء أو ذرات فلن يساعدنا هذا في مشكلتنا الخاصة لأن هذه النظريات حتى لو أمكن البرهنة عليها لا تعلمنا إلا أن الأنواع المختلفة للمادة هي أشكال من وجود فيزيائي واحد . لكن ما نريد أن نعرفه هو ماهية الوجود الفيزيائي نفسه . فالبرهنة على أن نوعاً من المادة هو نوع آخر من المادة لا يخبرنا بالطبيعة الجوهرية للمادة . ومن ثم فإن هذه المسألة ليست مشكلة بالنسبة للعلم بل بالنسبة للفلسفة .

وبالطريقة نفسها نجد أن جميع العلوم تفترض وجود الكون كقضية

مسلمة . إلا أن الفلسفة تسعى إلى معرفة السبب في أن هناك كونا على الاطلاق ـ وعلى سبيل المثال هل حقاً يوجد واقع أقصى واحد ينتج جميع الأشياء ؟ ولو كان الأمر هكذا فما هي طبيعة هذا الواقع ؟ هل هو المادة أو العقل أو شيء مختلف عن المادة والعقل ؟ هل هو خير أم شر ؟ ولو كان خيراً فكيف وجد الشر في العالم ؟

بالإضافة إلى هذا فإن كل علم ـ فيما عدا العلوم الرياضية البحت ـ تفترض صدق قانون السببية وكل دارس للمنطق يعرف أن السببية هي القانون الأقصى للعلوم وأنه أساسها جميعاً . فإذا لم نؤمن بصدق قانون السببية أي إن لكل شيء علة وأن الأشياء تحدث دون تغيير في نفس الظروف فإن جميع العلوم سوف تنهار وتصبح هشيماً .

وفي كل بحث علمي يحدث افتراض هذا القانون . وإذا سألنا عالم الحيوان كيف يعرف أن جميع الجمال آكلة للأعشاب فانه سوف يشير في البداية دون شك إلى الخبرة فعادات آلاف الجمال دلت على ذلك غير أن هذا القول لا يدل إلا على أن هذه الجمال المحددة هي آكلة عشب . فماذا بشأن ملايين الجمال التي لم نلاحظها بعد ؟

إن عالم الحيوان لن يملك إلى أن يحيل إلى قانون السببية فان تكوين الجمل على هذا النحو هو الذي يحول بينه وبين كونه من آكلة اللحوم . إن المسألة مسألة علة ومعلول . فكيف نعرف أن الماء يتجمد دائماً عند درجة الحرارة صفر (إذا احتسبنا مسألة الضغط الخ) ؟ كيف نعرف أن هذا صادق في مناطق الأرض التي لم يشاهدها مخلوق ؟

الأمر يرجع فحسب إلى أننا نعتقد أنه في الظروف نفسها سوف يحدث الشيء نفسه دائماً وأن العلل المتشابهة تنتج معلولات متشابهة دائماً . ولكن كيف نعرف صدق قانون السببية أو العلية نفسه ؟ إن العلم لا يطرح هذه المسألة . إنه يرجع تأكيداته إلى هذا القانون لكنه لا يذهب إلى أبعد من هذا ، وهو يأخذ بقانونه الأساسي كقضية مسلمة . لهذا فإن أسس السببية ولماذا هي قانون صادق وكيف نعرف أنه صادق هي مشكلات فلسفية .

وقد ينساق الإنسان إلى التساؤل عما إذا كانت المشكلات العديدة التي من هذا النوع ـ وخاصة تلك المرتبطة بالحقيقة القصوى ـ لا تتجاوز الملكات الإنسانية ، كما يمكننا أن نتساءل عما إذا كان من الأفضل أن نقصر مباحثنا على المسائل التي ليست « نائية عنا للغاية » . قد يتساءل الإنسان عما إذا كان في الإمكان بالنسبة للعقول المتناهية أن تستوعب اللامتناهي . والآن من المشروع تماماً ضرورة طرح أمثال هذه التساؤلات وأن من الضروري التوصل إلى جواب حق عنها . ولكن في اللحظة الراهنة ليس هنا ما نقوله عن المسألة سوى أن هذه الأسئلة نفسها تكون مشكلة من أهم مشكلات الفلسفة وإن كانت من الناحية الفعلية لم تبحث كاملاً إلا في العصر الحديث . إن اليونان لم يطرحوا المسألة ولما كانت هذه المسألة نفسها مشكلة من مشكلات الفلسفة فسوف يكون من المستحسن البدء بعقل منفتح ، إن المسألة لا يمكن أن تتحدد مسبقاً بل يجب بحثها على نحو شامل . فكون العقل المتناهي لدى الإنسان لا يستطيع أن يفهم اللامتناهي عبارة قطعية من ضمن العبارات القطعية

الشائعة التي تتردد من شخص لآخر كما لو كـانت بديهيـة ومن ثم تهيمن على عقول الناس .

لكن معظم من تناولوها وقالوا بهذه العبارة لم يبحثوا في أساسها بل أخذوها قضية مسلمة ولم يعنوا أنفسهم بالبحث أبعد من هذا . ولكن علينـا أولاً أن نعـرف بـالضبط مـا الـذي نقصـد بـالضبط بمصطلحات « العقل » و« متناه » و«لامتناه » . ولن نجد أن صعوباتنا تنتهي عند هذا الحدّ .

إذن فان الفلسفة تتناول الكون ككل . وهي لا تأخذ شيئاً كقضية مسلمة . وهناك خاصية ثالثة يمكن ملاحظتهـا على أنها شيء مهم بصفة خاصة وإن كنا نمس مسائل لا يوجد بشأنها اتفـاق عام دون شك . إن الفلسفة هي محاولة للارتفاع ممـا هو حسي إلى الفكـر اللاحسي المحض . وهذا يقتضي بعض الإيضاح .

فإذا جاز لنا القول فـإننا نعي وجـود عالمين مختلفين : العـالم الفيـزيائي الخـارجي والعالم الـذهني الداخلي . فـإذا تطلعنـا إلى الخارج فإننا نعي العالم الأول وإذا حدقنا في الداخل على عقولنا : فاننا نصبح واعين بالعالم الثاني . وقد يبدو خطأ القول بـأن العالم الخارجي فيزيائي على نحو محض لأنه يتضمن العقول الأخـرى . إني على وعي بعقلك وهذا يشكل بالنسبة لي جزءاً من العالم الذي هو خارجي بالنسبة لي . لكنني لا أتحدث الآن عما نعرفه بالاستدلال بل عما ندركه على نحو مباشر فحسب . إنني لا أستطيع أن أدرك عقلك على نحو مباشر بل أدرك فحسب جسمك الفيزيـائي ، وفي النهـاية يتبين أنني على وعي بـوجود عقلك عن طـريق الاستـدلال فحسب من الوقائع الفيزيائية المدركة مثل حركات جسمك والأصوات

التي تصدرها شفتاك . والعقل الوحيد الذي استطيع أن أدركه على نحو مباشر هو عقلي . إذن هناك عالم فيزيائي خارجي بالنسبة لنا وهناك عالم ذهني باطني .

فأي من هذين العالمين يُعَدّ أكثرها واقعية على نحو طبيعي ؟ إن الناس سيعدون أكثر هذين العالمين حقيقة هو أكثرها ألفة . وهو ذلك العالم الذي يتصلون به أو لما يتصلون والذي لديهم أكبر خبرة به ، وهذا دون شك هو العالم المادي الخارجي فعندما يولد طفل فإنه يستدير بعينيه نحو الضوء الذي هو شيء فيزيائي خارجي . وبالتدريج يحدث له أن يعرف الأشياء المختلفة من الغرفة . فهو يعرف أمه لكن أمه هي في المقام الأول شيء فيزيائي إنها جسم . ولا يحدث إلا بعد فترة طويلة أن تصبح الأم بالنسبة للطفل عقلاً أو نفساً . وبصفة عامة فإن كل تجاربنا الأولى هي عن العالم المادي . ولا يحدث أن نعرف العالم الذهني أو العقلي إلا بالاستبطان ولا تقوم عادة الاستبطان إلا في الشباب أو الرجولة وهي لا تحدث اطلاقاً لعدد كبير من الناس . وفي كل هذه السنوات المبكرة التي تحدث فيها المعرفة بالانطباعات أي عندما تتكون أشد أفكارنا باستمرار عن الكون نكون مهتمين في أغلب الأمر بالعالم المادي فحسب . أما العالم الذهني الذي نكون أقل ألفة به فإنه يميل إلى أن يظهر لنا جميعاً شيئاً غير حقيقي نسبياً ، يبدو عالماً من الظلال ، ويصبح اتجاه عقولنا مادياً .

وما قلته عن الفرد صادق بالمثل على العرق ، فالإنسان البدائي لا يتربى على وقائع ذهنه فالضرورة ترغمه على أن يكرس معظم حياته للحصول على الطعام ودفع الاخطار التي تهدده دوما من الأشياء المادية الأخرى . وحتى بيننا فان غالبية الناس عليهم أن يمضوا معظم

وقتهم في النظر إلى الجوانب المختلفة للأشياء الخارجية بالنسبة لهم . وبالتدريب الفردي لكل إنسان ، وبعادة الوراثة الطويلة يميل الناس حينئذ إلى اعتبار العالم الفيزيائي أكثر حقيقة من العالم العقلي .

ونجد وفرة من البديهيات على هذا في بناء اللغة الإنسانية . فنحن نسعى إلى شرح الغريب عن طريق ما هو معروف تماماً ونحن نحاول أن نعبر عن غير المألوف في اطار المألوف . وسوف نجد أن اللغة تسعى دائماً إلى التعبير عن العقل بالمماثلة مع ما هو فيزيائي . فنحن نتحدث عن الإنسان باعتباره مفكراً « واضحاً » ، فالوضوح صفة للأشياء الفيزيائية . فالماء يكون واضحاً أو صافياً إذا لم تكن به شوائب من المادة فيه . ونحن نقول إن أفكار الإنسان مضيئة . ونحن نقوم بتشبيه مستمد من الضوء المادي . ونحن نتحدث عن تكون فكرة لدينا في « مؤخرة عقلنا » . « أفي المؤخرة ؟ » هل للعقل مقدمة ومؤخرة ؟ إننا نتحدث عنه كما لو كان شيئاً فيزيائياً يشغل مكاناً . إننا نتحدث عن عادات ذهنية خاصة « بالانتباه » والانتباه يعني من العقل أو توجيهه في اتجاه خاص . إننا نتأمل عن طريق عكس أفكارنا وهذا يعني عكس أفكارنا على ذاتها . ولكن إذا تحدثنا حرفياً فإن الاشياء الفيزيائية يمكن أن تمتد وتستدير وتنحني . وعندما نريد أن نعبر عن شيء ذهني فإننا نتحدث عنه عن طريق المماثلة . إننا نتحدث عنه في إطار الأشياء المادية الفيزيائية . وهذا يبين كيف أن ماديتنا عميقة الجذور . ولو كان العالم العقلي أكثر ألفة وحقيقة لنا من العالم المادي لكانت اللغة قد بنيت على المبدأ العكسي . إن أقدم كلمات اللغة كانت ستعبر عن الحقائق العقلية ولكان علينا بعد هذا أن نحاول

التعبير عن الأشياء الفيزيائية عن طريق المماثلات العقلية .

وعادة ما يسمع الإنسان في الشرق عن المثالية الشرقية مقابل المادية الغربية ؛ مثل هذه العبارات قد تحتوي على بعض الحقيقة النسبية ، ولكن إذا كانت تعني أنه يوجد في الشرق أو في أي مكان آخر من العالم عرق من الشعوب مثاليون بطبعهم فإنها تكون عبارات جوفاء فالمادية مغروسة في جميع الناس . ونحن نولد ماديين سواء كنا شرقيين أم غربيين . ومن ثم عندما نحاول أن نفكر في الأشياء التي تعد غير مادية مثل الله أو النفس ، فإن الأمر يقتضي مجهوداً مستمراً وكفاحاً هائلاً لتجنب تصورها كأشياء مادية وهذا يبدو مناهضاً للأمور . وربما كانت هناك مئات الآلاف من السنين من المادية المتوارثة ضدنا . والفكرة الشائعة عن الاشباح تفسر هذا ، فإن أولئك الذين يؤمنون بالأشباح أفترض أنهم يعتبرونها كنوع من النفوس غير المتجسدة . إن شخوص الأشباح في المجلات تظهرها كما لو كانت تتكون من مادة لكنها مادة من نوع « رقيق » تشبّه بالبخار . وهناك مذاهب فكرية هندية معينة تنظر إلى نفسها على أنها مثالية مع هذا تعلمنا أن الفكر أو العقل نوع دقيق من المادة للغاية أدق من أي مادة يتناولها عالم الفيزياء أو الكيمياء . وهذا مثير لأنه يكشف عن أن المؤلفين القائلين بأمثال هذه الأفكار يشعرون شعوراً غامضاً أنه من الخطأ التفكير في الفكر كما لو كان مادة لكنهم غير قادرين على التفكير فيه على نحو آخر وذلك بسبب مادية الإنسان الكامنة فيحاولون أن يكفروا عن خطئهم بجعل المادة مادة « رقيقة » . وبطبيعة الحال هذا لغو شأن اعتذار الأم عن ولادتها لطفل غير شرعي بقولها إنه « صغير » جداً . فهذه المادة « الرقيقة » مادية شأن

الرصاص أو النحاس . ومثل هذه المذاهب مادية محض ، إلا أنها تصور الصعوبة الفريدة التي يواجهها العقل المادي في محاولته الارتفاع من التفكير الحسي إلى التفكير اللاحسي . وهو تصور المادية الكامنة في الإنسان .

إن هذه النزعة المادية الإنسانية الطبيعية هي أيضاً سبب التصوف والرمزية . فالتفكير الرمزي يحتوي بالضرورة على حدين : الرمز والحقيقة التي يرمز إليها والرمز هو دائماً شيء حسي أو مادي أو إنه صورة ذهنية لمثل هذا الشيء والحقيقة هي دائماً شيء لاحسي . ولما كان العقل الإنساني يجد نفسه دائماً يخوض في كفاح مميت للتفكير على نحو لاحسي فإنه يسعى إلى مساعدة نفسه بالرموز . فهو يتناول شيئاً مادياً ويجعله يرمز إلى الشيء غير المادي الذي هو شيء واه حتى يصعب التقاطه . وهكذا نتحدث عن الله باعتباره « نور الأنوار » . ولا شك أن هذا تعبير طبيعي للغاية عن الوعي الديني وله معناه ؛ لكنه ليس الحقيقة العارية ، فالنور هو وجود فيزيائي والله ليس نوراً تماماً كما أنه ليس حرارة أو كهرباء . إن الناس يتحدثون عن الرمزية كما لو كانت شيئاً سامياً ورائعاً . إنهم يقولون : « يا لها من قطعة مثيرة من الرمزية » ! لكن الرمزية في الحقيقة هي علامة على عقل غير صارم . وهي علامة على ضعفنا لا على قوتنا فجذرها قائم في النزعة المادية وهي نتاج وصياغة أولئك الذين هم غير قادرين على الارتفاع إلى ما فوق المستوى المادي .

والآن : الفلسفة هي في جوهرها محاولة لتجاوز هذا النوع من التفكير الرمزي والصوفي للوصول إلى الحقيقة العارية والتقاط ما وراء الرمز كما هو في حد ذاته . وهذه الأشكال الدنيا من التفكير هي عون

لأولئـك الذين هم أنفسهم في مستـوى أدنى من مستـواهم لكنهم ارهاص لأولئك الذين يسعون إلى الـوصول إلى أعلى مستـوى من الحقيقة .

وغالباً ما يقال إنّ الفلسفـة هي موضـوع صعب ومعضل وتكمن صعـوبتها في الأغلب في محـاولة التفكيـر على نحو غيـر حسي . وعندما نصل إلى أي شيء من الفلسفة يبدو أنه يتجاوزنا فإننا سوف نجد بصفة عامة أن جذر المشكلة يكمن في أننا نحاول أن نفكر في الأشياء غير الحسية بطريقة حسية . أي إننا نحاول أن نكون صوراً ذهنية لها فإن كل الصور الذهنية تتكون من مواد حسية . ومن ثم لا تكون مثل هذه الصورة ملائمة للتفكير المحض . وتستحيل المبالغة في هذه الصعوبة . فحتى أعظم الفلاسفة قد خضع لهـا . وسوف يشير دائماً إلى أنه عندما يفشل فيلسوف عظيم مثـل بارمنيـدس أو افلاطون ويبدأ في التخبط في المصاعب فالسبب عادة هو أنه بالرغم من إحرازه للحظة من اللحظات للتفكير المحض فإنه يغوص ثانية ويستنفده التفكير الحسي وإنه يحاول تكوين صورة ذهنية لما هو وراء قوة أي من مثل هذه الصور لعرضه ومن ثم يقع في التناقضات وعلينا أن نضع هذا دائماً نصب أعيننا في دراسة الفلسفة .

وفي الأزمنة الحديثة، تنقسم الفلسفة إلى الميتـافزيقـا التي هي نظرية الحقيقة وفلسفة الأخلاق وهي نظرية الخير وعلم الجمال وهو نظرية الجميل . وعلى أية حال فإن التقسيمات الحديثة لا تناسب بالمرة الفلسفة اليونانية ، ولهذا يفضل ترك الأقسام الطبيعية تتـطور بنفسها .

فإذا تطلعنا الآن إلى العالم وتساءلنا أية أفكار وفي أية عصور قد

أحرز ذلك التفكير الذي حاولنا وصفه درجة عليا من التطور فإننا لن نجد مثل هذا التطور إلا في اليونان قديماً وفي أوروبا الحديثة . لقد كانت هناك حضارات عظمى في مصر والصين وأشور وهكذا . ولقد أنتجت هـذه الحضارات الفن والـدين ولكن مـا من فلسفـة يمكن الحديث عنها وحتى روما القديمة لم تضف شيئاً إلى معرفة العالم الفلسفيـة فمن يسمون بفـلاسفتهـا مـاركـوس أورليـوس وسينيكـنا وابكتيتـوس ولوكـريشيوس لم يقـدموا أي مبـدأ جديـد من الناحيـة الجوهرية ، فهم كانوا مجرد تلامذة المدارس اليونـانية والـذين قد تكون كتاباتهم ذات أهمية وشعور نبيل لكن أفكارهم الجوهـرية لا تحتوي شيئاً لم يتطور من قبل عند اليونان .

والحالة بالنسبة للهند أكثر مدعاة للشك فالآراء قد تختلف عما إذا كان للهند فلسفة أصلاً . إن الأوبـانيشاد تحتـوي على تفكير ديني فلسفي من نوع ما . وبعـد هذا تكـونت لدينـا ما يسمى بمـدارس الفلسفة الست . والأسباب التي تدعو إلى عدم إدراج هذا التفكير الهندي عادة في تواريخ الفلسفة تكمن في الآتي :

أولاً : الفلسفة في الهند لم تفصل نفسها اطلاقاً من الاحتياجات الدينية والعملية ونادراً ما نجد المعرفة المثالية في حد ذاتها فالمعرفة مرغوبة لا لشيء سوى أن تكون وسيلة للخلاص . يقول أرسطو إن الفلسفة والعلم جذورهما في الدهشة ـ الرغبة في المعرفة والفهم من أجل المعرفة والفهم في حد ذاتهما . غير أن جذور التفكير الهندي قائم في قلق الفرد للخلاص من شرور الوجود ومصائبه . وهذه ليست بالروح العلمية بل الروح العملية . وهي السبب في تولّد الأديان لا الفلسفات . وبطبيعـة الحال من الخـطأ تصور أن الفلسفـة والدين

منفصلان كلية ولا يوجد أساس مشترك بينهما ، فهما في الواقع على صلة قربى أساساً لكنهما أيضاً متمايزان وربما كانت أصدق نظرة إليها هي أنهما متماثلان في الجوهر ومختلفان في الشكل فجوهرهما هو الحقيقة المطلقة وعلاقة جميع الأشياء بما في ذلـك الإنسان بتلك الحقيقة المطلقة . ولكن بينما تعرض الفلسفة هذا الموضوع على نحو علمي على شكل تفكير خالص فإن الدين يعرضه على شكل صور حسية وأساطير وصور خيالية ورموز .

وهذا يُفْضي بنا إلى السبب الثاني الذي يجعل التفكير الهنـدي يصنف على نحو أفضل على أنه تفكير ديني أكثر منه تفكيراً فلسفياً . فإن هذا التفكير نادراً ما يرتفع أو لا يرتفع إطلاقاً من التفكير الحسي إلى التفكير المحض . إنه تفكير شاعري أكثر منه تفكيراً علمياً . إنه تفكير قانع بالرموز والاستعارات بدلاً من التفسيرات العقلانيـة وكل هذا علامة على العرض العيني ـ لا الفلسفي ـ عن الحقيقة . مثلاً : التفكير الرئيسي في الأوبانيشاد هو أن الكون كله مستمـد من كائن واحد لا يتغير خالد لامتنـاه يسمى « برهمـان » أو « بارامـاتمان » . وعندما نصل إلى المسألة الحاسمـة وهي كيف ظهرت الألـوان في الشعلة أو الحديد المحمى من الشيء الكامن المطوي آلاف الطيات كذلك جميع الأشياء تظهر في (اللامتغير) وتعود إليه ثانية . أو مرة أخرى : « كما أن النسيج يصدر عن العنكبوت وكما تنطلق الشرارات الصغيرة من النار فكذلك من النفس الواحدة تنطلق كل الحيوانات الحية وكل العوالم وكل الآلهة وكل الكائنات » . إن هناك آلافاً من أمثال هذه العبارات في الأوبانيشاد . ولكنه واضح أن هذه العبارات لا تفسر شيئاً ولا تحاول أن تفسر شيئاً . فهي ليست سوى كنايات أو

تشبيهات ضحلة ، إنها صور شاعرية أكثر منها تفكيراً علمياً . وهي قد تشبع الخيال والمشاعر الدينية لكنها لا تشبع الفهم العقلي . أو مرة أخرى عندما يصف « كريشنا » في بهاجافات جيتا ـ نفسه على أنه القمر وسط منازل القمر والشمس بين النجوم وميرو وسط الجبال ذات القمم العالية فإنه من الواضح أننا أمام مجرد تراكم صورة حسية آثرة على صورة حسية دون مزيد من الفهم عن طبيعة الكائن المطلق في حد ذاته . إن القمر والشمس وميرو هي أشياء حسية فيزيائية وهذا تفكير حسي كلية على حين أن هدف الفلسفة هو الارتفاع إلى التفكير المحض وأمثال هذه الفقرات لا تزال على مستوى الرمزية والفلسفة لا تبدأ إلا عند تجاوز الرمزية . وما لا شك فيه أنه يمكننا أن نتخذ الخط الذاهب إلى أن تفكير الإنسان عاجز عن التقاط اللامتناهي في حد ذاته ونستطيع أن نرتد ثانية إلى الرموز . لكن هذه مسألة أخرى . وسواء كان ممكناً أم مستحيلاً الارتفاع في التفكير الخالص فان الفلسفة هي أساساً محاولة للقيام بهذه المحاولة .

وأخيراً . يستبعد التفكير الهندي عادة من تاريخ الفلسفة لأن هذا التفكير ـ مهما تكن طبيعته ـ قائم خارج التيار الرئيسي للتطور الإنساني . فهو يستبعد بسبب وجود حواجز جغرافية أو غيرها . وبالتالي مهما تكن قيمته في حد ذاته فإنه لم يمارس إلا تأثيراً واهناً على الفلسفة بصفة عامة .

وأحياناً ما يثير المستشرقون أنفسهم أن الفلسفة اليونانية قد نبعت من الهند ، وإذا كان هذا صحيحاً فإن هذا سيكون له تأثير بالغ على عبارتنا . لكن الأمر ليس صحيحاً . لقد ساد الاعتقاد بأن الفلسفة جاءت من « الشرق » لكن المقصود بهذا مصر . وحتى هذه النظرية

جرى التخلي عنها . إن الثقافة اليونانية ـ وخاصة الرياضية والفلك ـ تدين بالكثير لمصر ، لكن اليونان لا تدين بفلسفتها لهذا المصدر . والرأي القائل بأنها ولدت على أيدي كهنة الإسكندرية وغيرهم الذين كان دافعهم وهم يعرضون انتصارات الفلسفة اليونانية على أنها مستمدة من مصر إنما يتملق زهوهم القومي . لقد كان هناك دافع مماثل بالضبط كامن وراء الزعم الاستشراقي بأن الفلسفة اليونانية جاءت من الهند . ولا يوجد أي دليل على هذا ، فهذا الرأي قائم أساساً على تشابه مفترض بين الهند واليونان ، لكن هذا التشابه في الحقيقة هو تشابه أسطوري . فالطابع الكلي للفلسفة اليونانية أوروبي وغير شرقي حتى النخاع . وعادة ما يطرح مذهب إعادة التناسخ . إن هذا المذهب الهندي الطابع يقول به الفيثاغوريون ومنهم انتقل إلى أمبيدوكليس وأفلاطون . لقد استمده الفيثاغوريون من النحلة الأورفية التي قد يكون انحدر إليها من الهند بشكل غير مباشر وإن كان هذا أيضاً غير مؤكد وهو موضع الشك في الحقيقة . ولكن حتى لو كان هذا حقيقياً فإنه لا يبرهن على شيء . فالتناسخ ليست له إلا أهمية ضئيلة في الفلسفة اليونانية . وحتى عند افلاطون الذي استغله استغلالاً كبيراً غير جوهري بالنسبة للأفكار الرئيسية لفلسفته لا يرتبط بها إلا ارتباطاً مصطنعاً . وإن تأثير هذا المذهب على فلسفة أفلاطون كان تأثيراً سيئاً فقد كان مسؤولاً إلى حد كبير عن الخطأ الكبير في فلسفته مما اقتضى الأمر وجود أرسطو لتصويبه . وكل هذا سيتضح عندما نبحث في مذهبي افلاطون وأرسطو .

إن أصل الفلسفة اليونانية ليس قائماً في الهند أو مصر أو أي قطر خارج اليونان . لقد كان اليونان أنفسهم وحدهم المسؤولين عنها .

وليس الأمر كما لو كان التاريخ يرتد بفكرهم فحسب إلى موضع كان عنده متطوراً من قبل ولا يستطيع تفسير بداياته. إننا نعرف تاريخ الفلسفة اليونانية منذ المهد إذا جاز لنا القول بذلك . وفي الفصلين القادمين سوف نرى أن المحاولات اليونانية الأولى كانت إلى حد كبير محاولات مفكر مبتدىء فكانت فجة بلا تشكيل أو ملامح وسيكون من الضلال افتراض أنهم لم يقوموا بهذه المحاولات البسيطة لأنفسهم . ومن هذه البدايات الفجة نستطيع أن نتتبع التطور الكلي بالتفصيل حتى ذروته عند أرسطو وما بعد أرسطو . ومن ثم ليست هناك حاجة إلى افتراض وجود تأثير خارجي في أي موضع .

تبدأ الفلسفة اليونانية في القرن السادس قبل الميلاد . وهي تبدأ عندما حاول الناس لأول مرة أن يدلوا برد علمي عن سؤال : « ما هو تفسير العالم ؟ » وقبل هذه الحقبة كانت لدينا بالطبع الأساطير والآراء عن نشأة الكون ولاهوتيات الشعراء . لكنها لا تحتوي على أي محاولة لطرح تفسير طبيعي للأشياء ، فهي تمت إلى مجالات الشعر والدين لا الفلسفة .

وعندما نتحدث عن فلسفة اليونان لا يجب أن نفترض أننا نشير فحسب إلى الأرض الأم التي نسميها الآن اليونان . ففي العصور القديمة للتاريخ هاجر يونانيو الأرض الأم إلى جزر بحر ايجه وصقلية وجنوب ايطاليا وساحل آسيا الصغرى وإلى أماكن أخرى وأسسوا مستعمرات مزدهرة . وتشمل يونان الفلسفة كل هذه الأماكن ولهذا يجب البحث عنها عرقياً أكثر من البحث عنها أرضياً أو جغرافيا . فهي فلسفة قوم للعرق اليوناني أينما كان مستواهم . وفي الحقيقة ، إن أول فترة من الفلسفة اليونانية تتناول على نحو مطلق أفكار أولئك

اليونانيين المستعمرين . ولم يحدث إلا مع سقراط أن بدأت الفلسفة تنتقل إلى الأرض الأم .

وتنقسم الفلسفة اليونانية على نحو طبيعي إلى ثلاث فترات : يمكن وصف الفترة الأولى بشكل غير دقيق على أنها فترة الفلسفة السابقة على سقراط وان كانت لا تشمل السوفسطائيين الذين كانوا معاصرين وسابقين في آن واحد على سقراط . وهذه الفترة هي ظهور الفلسفة اليونانية . ثانياً : الفترة من السوفسطائيين إلى أرسطو والتي تشمل سقراط وأفلاطون وهي فترة نضج الفلسفة اليونانية والسمت الحقيقي والذروة القصوى لها هي دون شك مذهب أرسطو . وأخيراً فترة الفلسفة ما بعد أرسطو التي تشكل سقوط وانهيار الفكر القومي . وليست هذه التقسيمات بالتقسيمات المتعسفة فكل فترة لها خصائصها الخاصة التي سوف توصف في حينها .

وهناك كلمات قليلة يجب أن تقال عن مصادر معرفتنا بالفلسفة السابقة على سقراط . فإذا أردنا أن نعرف تفكير أفلاطون وأرسطو عن أية مسألة فليس أمامنا إلا الرجوع إلى مؤلفاتهما . غير أن أعمال الفلاسفة السابقين لم تصل إلينا إلا على شكل شذرات كما أن عدداً كبيراً من هؤلاء الفلاسفة لم يدونوا آراءهم كتابة . ومعرفتنا بمذاهبهم هو نتيجة جهد دؤوب قام به الدارسون للمادة المتاحة . ولحسن الحظ كانت هذه المادة كثيرة ويمكن تقسيمها إلى ثلاث مجموعات : أولاً شذرات الكتابات الأصلية للفلاسفة أنفسهم وهذه كانت في حالات عديدة طويلة وهامة وفي حالات أخرى كانت نادرة . ثانياً هناك إشارات عند أفلاطون وأرسطو ومن أكثرها أهمية ما نجده في المقالة الأولى من كتاب « الميتافيزيقا » لارسطو الذي هو تاريخ

للفلسفة حتى عصره وهو أول محاولة مسجلة لكتابة تاريخ للفلسفة .
ثالثاً : هناك مادة هائلة من المصادر بعضها قيم وبعضها عديم القيمة واردة في مؤلفات المفكرين المتأخرين ولكن في العصر القديم .

الفلسفة الفيثاغورية

فيثاغورس ومدرسته :

انتقلت الفلسفة الأيونية نحو الغرب ، وازدهرت مع فيثاغورس وأتباعه في جنوب إيطاليا أو كما كانوا يسمونها قديماً بلاد اليونان الكبرى Magna Giaeca .

وكانت العوامل السياسية هي أهم العوامل في هذه الهجرة ، فمن جهة كانت هناك غزوات الفرس المتكررة لساحل أيونية ، ومن جهة أخرى احتد الصراع الداخلي بين طبقات المجتمع اليوناني بفضل الطاغية بوليقراطس الذي ضيق الخناق على كبار التجار والملاك .

ففي ساموس مدينة فيثاغورس انتصرت سياسة الديمقراطية ولما كان فيثاغورس أكثر اتصالاً بهاتين الطبقتين فقد فر هارباً إلى مدينة كروتونا بجنوب إيطاليا .

وهناك استطاع أن يكون مدرسته وأن ينشر آراءه الفلسفية والسياسية بين أتباعه الذين انتشروا في هذه المناطق الزراعية التي كانت أكثر ترحاباً بنزعاتهم الروحية والمثالية .

ولقد آوى فيثاغورس أشراف سيبارس بعد أن ثارت عليهم مدينتهم ولكنه جلب على نفسه غضب أهل كروتونا برعايته لحزب

الأرستقـراطية ، وتسبب قيلون Kylon في إحـراق مدرستـه وجميـع أعضائها عند اجتماعهم في منزل أحدهم هو ميلو البطل الرياضي . ولم ينـج من الحـريق سـوى اثنين همـا اجيتـوس وليـريس . أمـا فيثاغورس فيقال إنه كان قد توفي قبل ذلك في مدينة ميتابونتوم ومما يقال بهذا الصدد أيضاً إن الذي أحرق منزل ميلو كان شاباً حانقاً على فيثاغورس لأنه لم يقبله تلميذاً له وهرب فيثاغورس مع بعض تلاميذه ولما اعترضه حقل من الفول رفض أن يطأه بقدمه لأن هذا محرم في مدرسته فأدركه الأعداء وقتلوه .

أما عن شخصية فيثاغورس فإنها تحوطها كثير من الأساطير إذ كان مصلحاً دينياً وصاحب فرقة من الأتباع تجمعهم عقيدة دينية واحدة واتجاه فلسفي واحد .

ويروى أنه ولد حوالى عام ٥٧٠ ق . م وعاش مائة عـام ويقال ثمانين عاماً . وكان في شبابه محبـاً للمعرفـة والحكمة فتـرك بلاده وجاب بلاد البرابرة بحثاً عن أسرار الآلهة . ومن الأساطير التي تروى عنه أنه كان بهي الطلعة وله فخذ من الذهب وأن نهر نسوس Nessos أحياه إذ كان يعبره وأنه زار هادس أو العالم السفلي ورجع منه كما فعـل أورفيوس بنيّ الأورفيـة . وقد شـاهـد في هـذا العـالم نفس هوميروس وهزيود تعذبان فيه عذاباً أليماً عقـاباً لهمـا على ما كـانا يرويانه عن الآلهة . كذلك اعتقد في تناسخ النفوس وفي إمكـانية حلولها في أي كائن حي وكان معاصره كسينوفان Xenophanes يسخر من هذه النظرية ويقول إنه رأى فيثاغورس يمنع أحد الناس من ضرب كلبه إذ تبين من نباح الكلب صوت أحد أصدقائه .

وعلى العموم فقد اعتقد فيثاغورس بكائن أسمى من البشر إذ كان يقول هناك بشر وآلهة وكائنات أخرى وسط بينها مثل فيثاغـورس . وكان يشبه الناس بجمهور الألعاب الرياضية بعضهم يحضر ليلعب وبعضهم يحضر للتجارة والربح أما البعض الآخر فيكتفون بالنظر فقط وهؤلاء هم الحكماء .

أمـا عن أتباعـه الفيثاغـوريين فـلا نعـرف عنهم الكثيـر خـاصـة المعاصرين منهم له ولعل السبب في ذلك هو تلك النزعة السرية التي كانوا يحيطون أنفسهم بها فلم يكن يسمح لأحد بـأن ينسب لنفسه نظرية معينة أو يذكـر اسم فيثاغـورس فكانـوا يشيرون إليـه بقولهم المعلم أو هو قال ، وكانوا يعيشون حياة مشتركة وكـان فيثاغـورس ينتقيهم ويختـار أحسنهم خلقاً ومنبتـاً وجـديـة في التعليم ويـظلون يستمعـون للمـدرس ويسمعـون سمـاعين ولا يسمـح لهم بـرؤيـة فيثـاغـورس إلا بعـد خمس سنـوات ويقـال إن عـددهم قـد بلغ الثلاثمائة .

وكانت هذه السرية أيضاً سمة مترتبة على طابع فلسفتهم الديني الصوفي . ذلك لأن معتقداتهم الدينيـة لم تكن تتلخص في مجرد بعض الأفكار المنطقية المحدودة وإنما كانت تصدر عن تجربة باطنية أساسها شعورهم الجماعي بالقوة الإلهية السارية في الوجود والحياة الواحدة التي تصل جميع الكائنات ببعضها .

ولهذا فقد عدت الفيثاغورية حركة إصلاح وتجديـد في العقيدة الأورفيـة التي كانت بـدورها حـركـة إصـلاح وتجـديـد في عبـادة ديونيسوس السرية .

فمن عبادة ديونيسوس احتفظت الفيثاغورية بمبدأ استمرار الحياة في دورات يتعاقب فيها الموت والحياة ، ومن الأورفية أخذت فكرة المصدر الإلهي للنفس وخلودها بعد الموت وفكرة خطيئتها التي بسببها سقطت من السماء إلى الأرض وسجنت في الجسم الذي ما تنفك تحاول باستمرار الخلاص منه بواسطة الزهد وطقوس الطهارة المختلفة ولكن اختلفت الفيثاغورية عن الأورفية حين اختارت أبوللون الأولمبي إلهاً بدلاً من ديونيسوس إله الأورفية كما اتخذت من الفلسفة والتأمل الفكري وسيلة للتطهير والخلاص .

وقد انتشر الفيثاغوريون في أنحاء العالم اليوناني واستمرت تعاليمهم نشطة خاصة في مدن ريجيوم مع أرخيبوس وفي تارنتا مع أرخيتاس صديق أفلاطون الذي كاد يحقق آماله في الحاكم الفيلسوف منذ القرن الرابع قبل الميلاد .

وفي بلاد اليونان نفسها أسس فيلولاوس مركزاً للفلسفة في مدينة طيبة . ويعد فيلولاوس أعظم رجال الجيل الثاني من الفيثاغوريين وعليه تتلمذ سمياس وسيبس اللذان يذكرهما أفلاطون في محاورة فيدون .

ومن تلاميذه أيضاً أوريتوس الذي أسس مركزاً لهذه الفلسفة في فليونتس .

ولقد استمرت الفيثاغورية لأربعة قرون بعد الميلاد مع الفيثاغوريين المحدثين الذين اختلط تاريخهم بالأفلاطونيين المحدثين .

نظرية العدد والائتلاف :

عندما حاول الفيثاغوريون تفسير طبيعة الكون ، رأوا أن التفسير المادي الذي قال به السابقون عليهم يثير صعوبات من أهمها أنه لو اتصف مبدأ الكائنات الطبيعية بصفة من صفات أحد العناصر المحسوسة فانه لن يكون مبدءاً سابقاً عليها في الوجود .

ثانياً : لو فسرنا جميع الكائنات بمادة واحدة فما الذي يميزها عن بعضها ويحدد لكل نوع منها صورته الخاصة به .

ولقد وجد فيثاغورس وأتباعه حل هذه الصعوبات في ملاحظاتهم على الصوت أو في السمعيات Acoustics .

فمن تلك الملاحظات أن المطرقة حين تدق السندان فإنها تحدث أصواتاً مختلفة بحسب ثقلها . ومنها أيضاً أن اختلاف الأنغام الموسيقية الصادرة عن أوتار القيثارة لا ترجع إلى اختلاف المادة المصنوعة منها تلك الأوتار ، ولكن يرجع اختلاف الأنغام إلى اختلاف طول الأوتار ، ومن ثم تختلف الذبذبات التي تحدثها هذه الأوتار .

من جملة هذه الملاحظات توصل الفيثاغوريون إلى فكرتهم الجديدة في تفسير طبيعة الأشياء . فما دام العدد هو الحقيقة المعقولة المفسرة لظاهرة الصوت المحسوسة فيمكن أيضاً أن يكون هو الحقيقة المفسرة لجميع الأشياء سواء منها المحسوسة أو العقلية .

وانتهوا من كل ذلك إلى أن العلة والحقيقة المفسرة للموجودات ليست المادة ولكن العدد الذي يمكن أن نعبر عنه بالشكل الهندسي أو كما كان يسمى باليونانية بالإيدوس Eidos أي الصورة المرئية .

ولكن كيف يكون العدد حقيقة الأشياء ؟

يمكن أن نرجع في هذا إلى رواية أرسطو ، وهي أهم مرجع استند عليه الباحثون حتى الآن . يقول أرسطو : « لقد عني الذين عرفوا بالفيثاغوريين بالرياضيات وكانوا أول من افترض أن مبادىء الرياضة هي أيضاً مبادىء جميع الأشياء .

ولما كانت الأعداد هي أول مبادىء الرياضة فقد تصوروا أن بينها وبين سائر الكائنات الموجودة تشابهاً كبيراً يفوق التشابه القائم بينها وبين النار أو الأرض أو الماء .

ولما لاحظوا أيضاً أن الخواص والنسب التي تحدد الأنغام تعتمد على الأعداد . فقد اقتنعوا بأن مبادىء العدد هي مبادىء كل شيء وتوصلوا إلى أن السماء كلها ما هي إلا ائتلاف وعدد .

ثم نسب إليهم أرسطو أيضاً قولهم بأن الدكاد Decade أو مثلث العشرة هو الشكل الكامل الذي يحوي طبيعة كل الأعداد .

ولقد كان هذا النص موضع اختلاف المفسرين للفلسفة الفيثاغورية .

فمن الصعوبات التي ينطوي عليها النص تحديد صلة الأعداد بالأشياء الطبيعية . هل هي صلة مشابهة أو محاكاة imitation أم أن الأعداد متحدة بالأشياء ومباطنة لها ؟ إن رواية أرسطو تحتمل المعنيين خاصة أنه يؤكد في موضع آخر صلة المشابهة عندما يقارن بينها وبين فكرة أفلاطون في المشاركة بين المثل والمحسوسات ولقد رجّح أغلب المفسرين أن تكون صلة المحاكاة أسبق من صلة المباطنة عند الفيثاغوريين الأوائل واستندوا في رأيهم هذا على رواية ثيانو Theano

زوجة فيثاغورس التي ينسب لها رسالة ذكرت فيها أن الأغريق قد رووا عن فيثاغورس أنه قال إن الأشياء مصنوعة من الأعداد في حين أنه قال إن الأشياء مصنوعة وفقاً للأعداد على أن أغلب الباحثين قد رجحوا أن يكون الفيثاغوريون قد قالوا منذ البداية بكلتا النظريتين .

وفضلاً عن ذلك انتهت دراسة الباحثين في معنى المشابهة أو المحاكاة Mimesis عند قدماء اليونان إلى تفسير أبعد ما يكون عما يمكن أن يتبادر إلى ذهن القارىء الحديث من معان .

فالمشابهة لا تعني على الإطلاق معنى المفارقة أو تعالي الأعداد والتصورات الهندسية عن المحسوسات كما أن فكرة المباطنة أو التعالي الخالصة لم تكن موجودة بشكل واضح عند السابقين على سقراط بل كانت تلك الفكرتان تستدعي إحداهما الأخرى .

وعلى هذا فقد كانت علاقة المحاكاة بين الأعداد والمحسوسات عند الفيثاغوريين تفسر على أنها علاقة ارتباط بين الحقيقتين ، وأساس الارتباط أن بينهما شيئاً أو صفة مشتركة .

أما الصعوبة الثانية في تفسير هذه الفلسفة ، وهي ذات أهمية أكبر فتظهر عند تفسير مبادىء الأعداد التي هي أيضاً مبادىء كل الموجودات .

وقد فسر أرسطو مبادىء الأعداد بأنها مبدأي الزوجي The even والفردي The odd . والواحد The one monad يتكون من كليهما لأنه إذا نظرنا إليه في ذاته (in its self identity) تظهر فرديته ولكنه بالاضافة إلى غيره in Iespect of its otharness فانه يكون الثنائي اللامحدود The idefinite Dyad .

فإذا صح قول أرسطو هذا من أن الواحد وهو مبدأ الأعداد التي

تدخل في تكوين الأشياء مركب من مبدأين ، مبدأ الزوجي ومبدأ الفردي ، فلا بد من تأكيد الأساس الثنائي في الفلسفة الفيثاغورية .

فالفردي والزوجي ليسا سوى مرادفين للأضداد العشرة الأساسية التي قالت بها الفيثاغورية وهي :

١ -	الحد	اللامحدود
٢ -	الفردي	الزوجي
٣ -	الواحد	الكثير
٤ -	الأيمن	الأيسر
٥ -	المذكر	المؤنث
٦ -	الثابت	المتحرك
٧ -	المستقيم	المنحني
٨ -	النور	الظلمة
٩ -	الخير	الشر
١٠ -	المربع	المستطيل

وعلى الرغم من أن الطرف الأيمن من هذه الأضداد لا يسبق الطرف الآخر ولا يفوقه في الخلود إلا أنه يسمو دائماً عليه من حيث القيمة والوجود والحقيقة . ذلك لأن الحد هو الذي يعين صورة الموجود وحقيقته التي كانت في الأصل لامعينة .

ويتفق هذا التفسير الثنائي لأسس الفلسفة الفيثاغورية ونظريتهم البيولوجية في الطبيعة إذ نسب لهم أرسطو نظرية تفترض وجود هواء أو بخار مظلم لانهائي خارج العالم ويستنشق العالم من هذا الهواء فيحيا به وينمو .

وقد فسر كورنفورد Cornford هذه النظرية البيولوجية عند الفيثاغوريين بأنهم قد افترضوا وجود نواة حية أو بذرة حية Sperma تنمو باستنشاق الهواء اللامحدود ، وتكون أشبه ببذر الذكر يخصب بالمادة المؤنثة وشبهها أيضاً بمبدأ النور أو الحرارة تحيطه الظلمة والبرودة .

وبناء على ذلك ذهب كورنفورد إلى أن الفيثاغوريين قالوا بفلسفة موحدة شأن سابقيهم من الفلاسفة الطبيعيين لأنهم افترضوا أن الأصل هو الموناد الأولية التي تعلو على الزوجي والفردي وكل المتقابلات فهي ليست ناتجة عن التقاء الأضداد بل سابقة عليها ومنها اشتقت كل الموجودات الأخرى .

ولكن التفسير الثنائي الذي يمكن استخلاصه من رواية أرسطو ومن نقد بارمنيدس لتفرقة الفيثاغوريين بين عالم الوجود وعالم اللاوجود كما ذهب رافن Raven يفضي إلى القول بأن الموناد ناتجة عن ثنائية المبادىء عند الفيثاغوريين ، وأنهم بهذه الثنائية قد تميزوا عن الفلسفات الأيونية الموحدة واستلهموا روح الزرادشتية الشرقية التي كانت تقول بمبدأي الخير والشر أو النور والظلمة .

تلك هي مبادىء العدد التي تكون الواحد أو الموناد ، أما باقي الأعداد فهي تصدر كلها عن الواحد أو ترتد إلى الواحد ، حيث أنه لا توجد إلا اثنين واحدة وثلاثة واحدة وعشرة واحدة إلى آخره . فكل الأعداد إذن تشارك في الواحد أو في الموناد الأولى .

وكما تتسلسل الأعداد عن الواحد تتكون الأجسام الفيزيقية من الأعداد ولكن كيف فسر الفيثاغوريون اشتقاق العالم الطبيعي من هذه الأعداد ؟

يمكن الرجوع هنا إلى نص أورده ديوجين لايرس ونسبه للاسكندر بولهستور Polyhistor الذي كتب عن الفيثاغوريين وقال « إن الوحدة Monade, Unite هي مبدأ كل شيء صدرت عنها الثنائية ,Dyade dualite وهي لانهائية ، ومن الوحدة الكاملة ومن الثنائية اللانهائية صدرت الأعداد ، ومن الأعداد النقاط ومن النقاط الخطوط ومن الخطوط المسطحات ومن المسطحات المجسمات ومن المجسمات الأجسام المحسوسة وعناصرها الأربعة وهي النار والماء والأرض والهواء ومن حركتها تكون العالم الحي الكروي الذي تكون الأرض ذات الشكل الكروي في مركزه ويقولون أيضاً إن الشمس والقمر والكواكب الأخرى هي آلهة لما فيها من حرارة تبعثها فتكون علة للحياة وأن القمر يستمد نوره من الشمس وأن البشر يقتربون من الآلهة لأنهم يشاركون في الحرارة ومن أجل هذا تتولى الآلهة رعايتنا وكذلك فإن للعالم كله بذور يسيرة » .

ويتضح من هذا النص أن مبدأ الأعداد كما قال أرسطو هو الوحدة الكاملة المحدودة والثنائية اللانهائية فمن هذين المبدأين تتكون سلسلة الأعداد ثم فسروا الأشكال الهندسية والنسب الرياضية بهذه الأعداد وبذلك التفسير أيضاً استطاعوا أن يفسروا الأجسام المحسوسة في الطبيعة .

بمعنى آخر لم يكن العدد يفيد مجرد المجموع الحسابي بل الشكل أو الحجم فالواحد كان يقابله النقطة ، أي كان للنقطة حجم في نظريتهم ولأنهم لم يكونوا قد اكتشفوا الصفر بعد . والاثنان يقابلها الخط والثلاثة المثلث والأربعة الجسم الهرمي

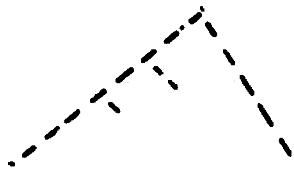
٣ = △ ,٢ = • ——— • , ١ = •

كـذلك نجـد أن الأعداد قـد فسرت بـأنها حـدود تحدد فـراغـاً لامحدوداً ، فالعدد بهذا الوصف علة تفسر حقيقة الأشياء وتحـدها كما تحد النقاط الشكل الهندسي . وقد ظلت هـذه الفكرة أسـاساً لنظريتهم في (العدد ـ الذرة) عند الجيل الثاني من الفيثاغوريين ، وهم الـذين تداركـوا نقد الايليـة لفكرة صـدور العالم عن الـواحد وتكوين الواحـد من زوج من الأضداد ، لـذلك قـالوا بمـا قال بـه معاصروهم اللاحقون على الفلسفة الايلية بوجود كثرة أصلية تتمثل في نقاط أو ذرات لامحدودة العدد وغير منقسمة ، تتحرك في امتداد هندسي لانهائي يمكن أن ينقسم وفقاً لرأي الإيليين إلى ما لانهاية واعتبرت النقاط والخطوط والسطوح حدوداً مكونة في عدد من النقاط التي لا تنقسم والتي يمكن بواسطتها تعيين كل الموجودات . لأن أي موجود سواء كان محسوساً فزيقياً أو شكـلاً هندسيـاً يمكن تعريفـه بواسطة عدد النقاط المطلوبة لتحديده ، أما الامتداد اللامحدود فهو مقابل المادة التي تنقسم إلى ما لانهاية . وبهـذا التفسير حـافظت الفيثاغورية المتأخرة على أسس نظريتها المبكرة في ثنائية مبادىء الوجود التي هي مبدأ الحد ومبدأ اللامحدود أو اللانهائي .

وقدم الفيثاغوريون تفسيرات عددية للموجودات الحسية والعقلية على السواء حتى اتصفت الفيثاغـورية المتـأخرة بنـوع من الرمـزية العددية ، فقد رمزوا مثلاً للوقت المناسب Kairos بالعدد سبعة الذي يقابل أيام الأسبوع السبعة . وللعدالة بالعدد أربعة وللزواج بـالعدد ثلاثة ، ورمزوا للعقل بالواحد لأنه ثابت وللظن باثنين لأنه تردد بين طرفين ، ووضع أوريتوس رقماً للحصان ورقماً للإنسان وحدد أيضاً أرقاماً للعناصر الأربعة . أما العدد عشرة فقد كان له منذ البداية وضعاً

مقدساً فاعتبروا مثلث العشرة The tetractys of the Decad أعظم الأشكال الهندسية وكانوا يقسمون به لأنه يضم الأعداد كلها ، وبالتالي فإن طبيعة الكون مكون من مجموع الأعداد الأربعة الأولية وهي :

١ + ٢ + ٣ + ٤ :



وعدا مثلث العشرة كانت لهم نظريات في الهندسة من أهمها نظرية فيثاغورس في أن مربع وتر المثلث القائم الزاوية يساوي مجموع مربع الضلعين الآخرين .

وقد استخدم الفيثاغوريون الرياضة في تفسيرهم للموسيقى واستخرجوا النسب الحسابية بين الأصوات المختلفة في السلم الموسيقى أو في الأوكتاف Octave وحددوها بالنسبة ٦ : ٨ : ٩ : ١٢ وانتهوا إلى أن ائتلاف الموسيقى أو الهارموني مصدره وجود وسط رياضيّ بين نوعين من النغم . ولعل فكرة الفيثاغوريين في الائتلاف الذي يتوج صراع الأضداد واندماجها في وحدة فكرة ترجع إلى هرقليطس وربما كانت فكرة مستوحاة من واقعهم الاجتماعي الذي عاشوا فيه منذ تأسيس مدرستهم . فقد احتد الصراع بين طبقتين متطرفتين في المجتمع اليوناني ، طبقة الارستقراطية وقوامها كبار الملاك الزراعيين وطبقة المعدمين الذين استرقّتهم الديون ، وكانت

الديمقراطية المعدلة التي عمادها أغنياء التجار والملاحين تقوم بدور الوساطة التي تنهي هذا الصراع وتفرض نوعاً من التوازن والائتلاف في الحياة الاجتماعية .

ولم يكن مبدأ الائتلاف الذي أخذت به الفلسفة الفيثاغورية بغريب عن الروح اليونانية . فها هي أثينا في القرن الخامس ق . م . حين بلغت أوج حضارتها تعدّ أوضح مثال لتطبيق هذا المعيار . فدستورها المعتدل الذي وضع أسسه صولون ودعمه بريكليز قد عبر عن معاني الاعتدال والتوسط إن قورن بالدساتير السياسية المتطرفة في المدن الأخرى . وآلهتها التي تولت حمايتها كما تمثل لنا في تمثالها الرابض على تل الأكروبوليس في معبد البارثينون ينم عن الاعتدال والتناسب والائتلاف ولا يميل إلى أي تطرف أو خروج عن الحد الوسط كذلك الطراز المعماري الذي شيدت على أساسه معابدها يجمع في اعتدال بين الطراز الكورنثي المتطرف في التزويق والطراز الدوري المسرف في البساطة .

أما فن النحت عند فيدياس وبوليكليتوس وميدون فانه لا يخرج أيضاً عند تصويره للإنسان على هذه النسب والقواعد التي يفرضها هذا المعيار الرياضي للجمال عند فيثاغورس .

وقد امتدت فكرة الفيثاغوريين في الائتلاف إلى الطب وإلى نظريتهم في النفس عند المتأخرين منهم . فقد تأثر القمايون Alcmeon الطبيب بالفلسفة الفيثاغورية ، وفسر الحالة السوية للجسم الإنساني بأنها حالة اتزان isonomia أو ائتلاف بين العناصر المتضادة في الجسم أما المرض فهو تغلب أحد الأضداد أو اختلال هذا الاتزان والعلاج يتلخص عنده في محاولة إعادة الحالة السوية .

وقد أخذ بهذه النظرية أيضاً العلماء الفيثاغوريون الذين اهتموا بدراسة الطب وعلى رأسهم فيلولاوس واستندت نظريتهم الطبية على ملاحظاتهم للجسم الإنساني وفسروا هذه الملاحظات على ضوء نظريتهم العامة في التناسب والائتلاف . فافترضوا أن هناك ناراً مركزية في الجسم الإنساني يخفف شدتها تنفس الهواء البارد ومن ثم فان أي اختلال في عملية التبريد هذه يحدث اختلالاً في الدم والأمزجة ويسبب المرض .

وقد ترتب على هذه التفسيرات الطبية للصحة والمرض نظرية جديدة في النفس ، هي نظرية تختلف في طابعها العلمي التجريبي عن نظرية فيثاغورس القديمة التي كانت ترى في النفس حقيقة إلهية مستقلة عن الجسد كل الاستقلال بل تعد وجودها فيه بمثابة سجن تحاول الخلاص منه ، ويذكر أفلاطون هذه النظرية في محاورة فيدون وينسبها إلى سمياس الطيبي تلميذ فيلولاوس . ومؤدى هذه النظرية أن النفس أشبه بنغم القيثارة ، لأن الجسم بمثابة القيثارة فيه من الحرارة والبرودة ما في أوتار القيثارة من غليظ ورفيع الأصوات ومن توازن هذه الأضداد يحدث النغم فان اختل التوازن بينها تلاشى النغم وأصاب النفس الموت حتى قبل أن يبلى الجسد .

وأخيراً يمكن أن نجد للفيثاغوريين عدا هذه النظريات في الحساب والهندسة والموسيقى والطب نظريات لا تقل جدة وأصالة في علم الفلك .

فمن نظرياتهم في الفلك نظريتهم في كروية الأرض ، وفي أن الأرض وباقي الكواكب تدور حول نار مركزية أطلقوا عليها أسماء رمزية مختلفة مثل أم الآلهة أو بيت زيوس وحول هذه النار المركزية

تدور الأجرام السماوية العشرة وأعلاها سماء الثوابت تدور من الشرق إلى الغـرب ومن تحتها الكـوزموس تـدور فيـه السيّـارات الخمس والشمس والقمر ، ثم الأورانوس وهو السماء التي تحت القمر وهي تحيط بالأرض ، ثم الأرض يليها جرم لا نراه لأنه يواجه الجزء الذي لا نعيش عليه وقد سموه بمقابل الأرض « الأنتيختون Antycthon » وبهذا تتم الأجرام العشرة التي تدور حول النار المركزية .

كذلك ترى كيف كان لهؤلاء الفيثاغوريين أعظم الأثر في تاريخ الفلسفة اليونانية فيما بعد . فباعتراف الفلاسفة اليونان أنفسهم يكاد أغلبهم يذكر أثر الفيثاغوريين عليه سواء كان هذا التأثير إيجابياً كما نجد عند انبادوقليس وسقراط وأفـلاطون أو سلبيـاً كما يـظهر عنـد الايليين والسفسطائيين وأرسطو .

فيثاغورس الفيلسوف

ظهر فيثاغورس قريباً من الأولمبياد المتمم ستين وجاء إلى ايطاليا في الأولمبياد الثاني والستين وتوفي في السنة الرابعة من الألـومبياد المتمم سبعين وعمره ثمانون سنة وقيل تسعون سنة .

وكان يوجد فرقة مشهورة بالفلسفة في « يونيا » وايطاليا فطاليس من مدينة ملطيا كان شيخ اليونانية وكان فيثاغورس شيخ الايطالية وقـد روى أرستيب الغريناني أن هذا الفيلسوف سمي فيثاغورس لأنه كان في قوة كهانته يخبر بالأشياء فتقع كما أخبر مثل اخبار كهنة الشمس وهو أول من اتبع تواضعاً منه أن يلقب حكيماً ورضي بلقب الفلسفة والصحيح الذي اشتهر ان فيثاغورس من جزيرة ساموس وان أباه كان يسمى امنيزارك النقاش وان حقّق بعضهم انه من طوسكانه وانه ولد

بجزيرة صغيرة من جزائرها التي استولى عليها الاثينيون الممتدة على شاطىء البحر الترهيني وكان فيثاغورس يعرف صنعة أبيه وصنع بنفسه ثلاثة كؤوس من الفضة وأهداها لثلاثة من القسيسين المصريين وكان أشد ميلاً لأول معلميه الحكيم فيرسيد وكان هذا الحكيم يحبه جداً حتى انه ذات يوم كان على خطر الموت من المرض فأتاه تلميذه ليعوده وينظر حاله فمن خشية فيرسيد ان يكون مرضه معدياً أسرع بغلق الباب دونه وأخرج أصابعه من بين ألواح الباب وقال له انظر وتأمل لأصابعي التي قد نحلت تعلم حالتي وبعد أن مات فيرسيد مكث فيثاغورس مدة من الزمن وهو يتلقى عن هرموذا بجزيرة ساموس ثم بعد ذلك لرغبته الكلية في التعلم ومعرفة أخلاق الغرباء ترك وطنه وجميع املاكه للسفر فمكث بمصر مدة طويلة لمخالطة الناس وليتجر في الأشياء الدقيقة الخلقية في ديانتهم وكتب بوليقراط إلى افزيس ملك مصر يوصيه على فيثاغورس بالراحة واحترامه ثم بعد ذلك توجه فيثاغورس إلى بلاد الكلديانية ليتعلم علم المجوس وبعد ان سافر في عدة مواضع من بلاد المشرق اتى إلى مملكة اكريطة واتحد مع الحكيم ايمنيدس اتحاداً كلياً ثم خرج من هذه المملكة وذهب إلى جزيرة ساموس فرأى أهل بلده قد حل بهم الظلم تحت حكم بوليقراط فحصل له غيظ شديد من ذلك وقدم فكرته في هذا الشأن فأذنه إلى أنه ينفي نفسه بنفسه فذهب إلى ايطاليا في بيت ميلون وعلم الناس الفلسفة وشهرها فنشأ من ذلك ان المذهب الذي علمه سمي ايطاليا وقد انتشر صيت فيثاغورس وشاع في سائر البلاد ايطاليا وكثرت تلامذته فكان الملازمون له أكثر من ثلاثمائة تلميذ فتألف منهم جمهورية صغيرة مرتبة ترتيباً حسناً وذكر جماعة من كتّابهم ان « توما »

كان من جملة هذه العدة وانه سكن بمدينة اوقرطون عند فيثاغورس حين أتته سلطنة مدينة رومية ولكن ادعى ثقاة النسابين انه لم يقل ما تقدم إلا بسبب ان فيثاغورس وافقت آراؤه آراء « توما » الذي كـان يعيش قبل وجود هذا الفيلسوف بزمن طويل وكان فيثاغورس يقول ان سائر أشياء المحبين شيوع بينهم وان المحبـة تورث المسـاواة بين الأحباب فلذلك كان هؤلاء التلامـذة متحدين ولم يتميـز أحد منهم بشيء يخصه بل كان كل ما يملكونه لجميعهم ولم يكن لهم إلا كيس واحد وكان التلميذ يمكث الخمس سنواته الأول في استماع أصول معلمه من غير أن يتفوه في تلك المدة بكلمـة واحدة ثم بعـد هذا الامتحان الطويل ومقاساة تلك الشدة يؤذن له في الكلام وان يحضر عند فيثاغورس لزيارته والمحاورة معه وكان فيثاغورس مهاباً محترماً وكان معتدل القامة حسن الصورة وكان في جميع أوقاته يلبث ثوبـاً لطيفاً من الصوف الأبيض في غاية النظافة دائماً وكان لا يميل لهوى نفسه وحظوظها وكان إذا أودع سراً لا يبوح به ويحافظ على كتمانه جداً ولم يره أحد يضحك ولم يسمع منه مزاح ولا هزل وكان لا يقتص من أحد في حال غيظه بل كان لا يضرب عبيده بيده فلهـذا كانت تلامذته يعتقدون بألوهيته وكان جميع الناس يأتونه أفواجاً أفواجاً من سائر الجهات ليحظوا بسماعه ويتأملونه وهو بين تلامذته فكان يأتي من مدينة اقروطون في كل سنة اكثر من ستمائة من الناس من جميع البلاد فكان السعيد عندهم صاحب الشأن العظيم هو الذي يدنو من فيثاغورس ويتداخل معه قليلاً وكان فيثاغـورس قد رتب لجملة من الأمم قوانين لطلبهم ذلك منه وترحيبهم به وقد كان من كثرة ما اعجب جميع الناس ما كان يفرقون بين أقواله وأقـوال كاهن دلفيس وكـان

يحرم الحلف بالآلهة والاستشهاد بها في جميع الأشياء تحريماً كبيراً وكان يقول يلزم لكل إنسان ان يغلظ على نفسه حتى يصير متصفاً بالكمال لأجل ان لا ييسر على أحد تصديقه بمجرد الإخبار وكان يزعم ان العالم له روح وإدراك وأن روح هذا الدولاب العظيم هو الأثير قمته جميع الأرواح الجزئية للآدميين وسائر الحيوانات وكان يقول ان الأرواح لا تفنى غير أنها تسوح في الهواء من جهة إلى أخرى إلى أن تصادف جسماً أيا كان فتدخل فيه مثلاً إذا خرجت الروح من جسد الإنسان فيتفق ان تدخل في جسم فرس أو ذئب أو حمار أو فأر أو طائر أو سمكة أو غير ذلك من باقي أنواع الحيوانات كما يتفق انها تدخل في جسد إنسان أيضاً من غير فرق كما أنها إذا خرجت من جسم أي حيوان تدخل في جسم إنسان أو في جسم حيوان فلذلك كان فيثاغورس يشدد في منع أكل الحيوانات وكان يزعم أيضاً أن ذنب من يقتل الذبابة أو الزنبور أو غيرهما من الهوام مثل ذنب الذي يقتل إنساناً حيث أن سائر الأرواح واحدة متنقلة في جميع الحيوانات وأراد فيثاغورس ان يثبت لجماعته مذهبه في تناسخ الأرواح فأخبرهم أنه كان سابقاً في جسد اسمه ايثاليديس وادعى انه كان ابن عطارد من آلهة اليونان وكان عطارد يقول له إذ ذاك سل مني ما تحب تعطه ما عدا البقاء والدوام حتى يتم غرضك ومقصودك فطلب منه ان يعطيه قوة تذكر جميع الأشياء التي تحصل له في الدنيا في حياته وبعد مماته ومن ذلك الوقت صار عالماً بجميع ما يقع في الدنيا وأخبرهم أيضاً بأنه لما خرج من جسم ايثاليديس انتقل إلى جسم اوفوربه وكان حاضراً في حصار مدينة ترواده وجرحه شخص يسمى مينلاس جرحاً شديداً وبعد ذلك خرج إلى جسم هرموتيموس وفي هذا الزمن أراد أن

يثبت للناس ما وهبه له عطارد فذهب إلى بلد ابرانخيدس ودخل هيكل أوبولون وأراهم فيه درقته البالية التي كان سلبها مينيلاس حين جرحه ونذرها لذلك الهيكل دليلاً على نصرته ثم انتقل إلى جسم صياد يسمى بورروس ثم إلى ذلك الجسم الذي هو فيثاغورس وانه لم يعد انتقاله إلى اسم ديك كذا أو طاووس كذا وغير ذلك وقال انه حين سفره في أودية جهنم رأى روح الشاعر هزيودس مسلسلة في الأغلال ومصلوبة في عمود وتقاسي الشدائد جداً ورأى أيضاً روح هوميروس معلقة في شجر واحتاطت بها الأفاعي من كل جانب عقاباً له على أكاذيبه التي كان ينسبها للآلهة ورأى أرواح الرجال الذين كانوا لا يحسنون العشرة مع نسائهم ويسيئون في غاية العقاب في تلك الأودية واتفق ان فيثاغورس بني له تحت الأرض حجرة صغيرة وعندما أراد النزول فيها عاهد أمه أن تكتب مع التحقيق سائر ما يحصل في مدة غيبته وسجن نفسه فيها سنة كاملة ثم خرج منها نحيفاً اشعث أغبر في صورة مهولة وجمع الناس وأخبرهم انه كان في جهنم ولأجل ان يحملهم على تصديقه في ذلك شرع يذكر لهم ما حصل في مدة غيبته فظنوا انه فوق سائر البشر ورثوا لحاله وبكوا وتضرعوا الرجال إليه أن يعلم نساءهم فمن ذلك صارت نساء أوقرطون ينسبن إليه فيقال لهن الفيثاغوريسيات وكان فيثاغورس ذات يوم في محفل لعب عمومي من الناس فصفر صفيراً مخصوصاً وإذا بنسر نزل له من الجو فتعجب منه الناس حين رأوه غاية العجب مع انه كان قد علم النسر على ذلك سابقاً من غير شعور أحد بذلك ولأجل ان يؤكد عندهم صحة التخيلات أراهم أيضاً فوق ساقه فخذاً من ذهب وما كانت قرباناته إلا العيش والفطير وما أشبه ذلك لأنه كان يقول إن الآلهة تكره

القربان من ذوي الأرواح وانها تغضب على من يزعم تشريفها بقربان مثل ذلك وقد يظهر من أصول هذا الفيلسوف انه أراد أن يحول الناس عن الامتلاء إلى التقليل لأنه الأولى لهم والاحسن لما يترتب عليه من الصحة وعدم تشغل البال والفكر فيتفرغ العقل لوظـائفه وأحب أن يضرب المثل بنفسه فكان لا يكاد أن يشرب إلا الماء القراح وكان لا يتجاوز في غذائه الخبز والعسل والفاكهة والخضروات ما عدا الفول فانه كان يتباعد عنه ولا يعلم لذلك سبب وكان يقول إنما الناس في الحياة الدنيا كملعب الرياضة بعض يأتيه للفرجة ومنهم من يـذهب للتجارة ومنهم من يذهب للمسابقة ليمرن نفسه على القتال فكذلك حالهم في الدنيا بعض خلق أسير الفخر وبعض للحرس وبعض لا يبحث إلا عن مجرد الوقوف على الحقائق وكان يقول ان الإنسان لا يطلب شيئاً لنفسه لأنه يجهل ما يصلح له وقسم عمر الإنسان أربعة أقسام متساوية فقال هو من صغره إلى عشرين سنة صبي ومنها إلى الأربعين شاب ومنها إلى الستين رجل ومنها إلى الثمانين شيخ ومتى زاد على ذلك لا يعد من الأحيـاء وكان يحب علم الهنـدسة كثيـراً وكذلك علم الهيئة وهو الذي نبه على أن النجمة التي تظهر أحياناً وقت الصباح هي بعينها التي تبدو أحياناً في المساء وهو الذي برهن على أن مربع الوتر في كل مثلث قائم الزاوية مساو لمجموع مربعي الضلعين الآخرين . وقيل ان فيثاغورس حين اخترع هذه المسـألة النظرية حصل له غاية السرور حتى ظن أنها الهام إلهي فأراد في ذلك الوقت أن يهدي قربانه بمائة من البقر إظهاراً لشكر الإله هكذا ذكر في كثير من الكتب لكن هذا يخالف مذهبه في تحريم ذبح الحيوانات إلا أن تكون تماثيل البقر اتخذت من الدقيق والعسل كما يصنع ذلك في

القربان كل من انتسب إليه وذكر بعضهم انه مات من شدة فرحه بتلك المسألة لكن نص الحكيم لـويرقـه على انه لا أصـل لذلـك وكان فيثاغورس يحب تأليف تلامذته ببعضهم وكان ربما علمهم وكلمهم بالإشارة كقـوله لهم لا ينبغي لكم ان لا تقسـطوا في الميزان يعني بذلك لا تخرجوا عن حدّ القوانين ولا تحيدوا عنها أبداً .

وكان دائماً ينبه تلاميذه على أن كلاًّ منهم يختلي بنفسه برهة من الزمن آخر يومه ويخاطبها بهذه الكلمات لمحاسبتها يا نفسي كيف صرفت يومك هذا وأين كنت فيه وماذا صنعت فيه من اللائق وغيره وكان يأمرهم أيضاً بالاقتصاد في ظواهر أحوالهم وجعلها موافقة لحال من هم بينهم وعدم إظهار آثار السرور أو الحزن وببر الوالدين وأن يتمرنوا على الرياضة حتى لا تغلظ أجسامهم واحترام شيوخهم وان لا يفنوا أعمارهم في السفـر وكان يحثهم على التمسـك بطاعـة الإله وعبادته كما ينبغي وكان لفيثاغورس عبد يقال له زامولكيز من التتار قد اكتسب العلوم من سيده وفهم قواعد معارفه ولما رجع لبلده قربوا له قرباناً ونظموه في سلك من يعبر عندهم وكان فيثاغورس يـزعم ان الأصل الأول لجميع الأشياء هو الواحد ومنـه تخرج الأعـداد ومنها تخرج النقط ومن النقط تخرج الخطوط ومن الخطوط السطوح ومن السطوح الأجسام ومن الأجسام العناصر الأربعة وهي النـار والهواء والماء والتراب التي تركب منها العالم وكان يقول إن الأرض مستديرة وانها موضوعة في وسط الكون وانها معمورة من سائر جهاتها فبناء على ذلك يوجد إنسان مناظرون لنا بمعنى أنه لو رسم خط من قدم أي إنسان إلى أسفل الكرة لوقع على قدم انسان يقابله ولكون ذلك الخط قطراً للكرة وان الهواء المحيط بالأرض غير شديد الحركة بل

يكاد ان يكون ضاراً وهذا هو علة قابلية حيوانات الأرض للموت والفساد بخلاف الهواء الذي في السماء فإنه رقيق جداً شديد التحرك والاضطراب دائماً فلذلك كان سائر ما في السماء من ذوي الأرواح لا يزول ولا يفنى بل هي آلهة أبدية باقية فإذن الشمس والقمر وسائر الكواكب آلهة لأنها في وسط هذا الهواء الرقيق والحرارة الفعالة التي كانت أصلاً للحياة وقد اضطربت الأقوال في موت هذا الفيلسوف وكثر فيه الخلاف فذهب بعض المؤرخين إلى أن السبب فيه انه طرد بعضاً من تلامذته من عنده ولم يقبله فحصل له غيظ شديد حمله على أن أوقد النار ببيت مليون الذي كان فيثاغورس مقيماً به وذهب آخرون إلى أن فاعل ذلك إنما الأقريطونيون خوفاً من أن يستولي على بلادهم وترجع مملكتهم إليه فلما رأى فيثاغورس اشتعال النار وتأججها في سائر جهات هذا الموضع بادر بالهروب ومعه أربعون من تلامذته وقال بعضهم انه هرب باشجار موزليس بمدينة ميتاغنته ومات جوعاً في ذلك المحل وقال آخرون انه اضطر في هروبه إلى دخول مزرعة فول فقال إن الأولى ان أموت هنا خارج الزرع المكين ولا أتلفه بالمشي وانتظر مع السكون الأقريطونيون حتى قتلوه هو وأغلب تلامذته وآخر الأقوال أن الذي قتله إنما هو جماعة من السيراقوسيين وذلك لأنه وقعت بينهم وبين الاغريجنه محاربة فذهب فيثاغورس لمساعدة الاغريجنيين لانتمائهم إليه وصحبتهم له فوجد فيثاغورس نفسه عند غيط فول فما أراد المرور فيه واستحسن معاملته للذين نقبوا جسده بالضربات وقتلوا من معه من التلامذة ولم ينج منهم إلا القليل منهم أرشيتاس الطرنطيني الذي كان اعظم المهندسين في ذلك الوقت .

الفيثاغوريون The Pythagoreans

أطلق عليهم هـذا الاسم نسبـة إلى زعيمهم فيثـاغـورس (Pythagoras) وهو شخصية قوية رائعة تستوقف النظر بين صفحات التاريخ ، ولكنها مهمة غامضة لا تكـاد تستبين العين قسماتهـا في وضوح وجلاء ، فكأنما هو عملاق يروح ويغدو وراء ستار ، فلا يرى منه الرائي إلا ظلاً هائـلاً يتردد في جيئة وذهاب ، وإنمـا طمست معالمه لاختلاف الرواية في ترجمته اختلافاً واسعاً ، ولما شاع منه بعد موته بمئات السنين فانتحلت له من الأخبار والمعجزات ما شاء وهم كاتبيها ، حتى أصبح فيثاغورس أقرب إلى أبطال الخيال منه إلى أشخاص التاريخ .

ومهما يكن من أمر هذا الخلاف في ترجمة حياته ، فقد استطاع المؤرخون أن يستخرجوا من أشتات الـروايات طـائفة من الحقـائق الصحيحة . ولد فيثاغورس بين سنتي ٥٨٠ و٥٧٠ ق . م في جزيرة « ساموس »[١] حيث درج في طفولته وشبابه ، ثم هـاجر منهـا إلى كروتونا (Crotona) في جنوبي ايطاليا ، ويقال إنه عرج على مصر وبعض بلاد الشرق فطاف في أرجائها قبل أن يلقي عصا تسياره في كروتونا . ولم يكد يستقر فيها حتى أنشأ الجمعية الفيثاغورية ، وظل على رأسها يقودها ويدير أمرها بقية حياته ، ولم تكن تلك الجمعية في أول أمرها مدرسة فلسفية ، بل كانت جمعية تدعو إلى الإصلاح الديني ومكارم الأخلاق وطهارة النفس من الرجس والدنس ، وكان

---

(١) سماها الشهرستاني (ساميا) .

أعضاؤها يرتدون لباساً أبيض شعاراً لهم ، قد آثروا في عيشتهم الخشونة والتقشف ، لأن الجسم لم يكن في رأيهم إلا سجناً حبس فيه الروح ، فينبغي أن نحطم من قيوده وأغلاله ما وسعنا التحطيم ، ولا بد لنا أن نسلك بنفوسنا كل سبيل لتخليصها من سجنها على ألا يكون الانتحار سبيلاً مشروعاً « لأن الإنسان ملك لله » .

ولعل ما حدا بفيثاغورس إلى إنشاء هذه الجمعية رغبة قديمة كان يطمح إلى تحقيقها منذ شبابه ، ذلك أن طاغية جباراً يدعى « بوليكراتس » كان يحكم ساموس وطن فيثاغورس ، وكان يسوم أهلها الذل والعذاب ، فكان ذلك حافزاً لفيثاغورس في مستهل حياته على التفكير في النظم الاجتماعية القائمة ، ومن أي نواحيها أصيبت بالفساد . فلما اكتمل نضوجه العقلي وكتبت له الزعامة الفكرية وهو في كروتونا أراد أن يكون جماعة مثالية تحقق المثل الأعلى الذي ينشده فوثق بين أعضائها برباط الإخاء ودعاهم أن يسلكوا في الحياة صراطاً مستقيماً يلتزمونه مهما كلفهم ذلك من عناء .

ولم تكن هذه الجماعة سياسية بالمعنى الذي نفهمه اليوم ، ولكن سرعان ما اصطدمت شعائرهم ونظمهم السياسية ، لأنهم أرادوا أن ينشروا مبادئهم ويفرضوا تعاليمهم على أهل « كروتونا » فنتج عن ذلك اضطهاد الحكومة الفيثاغوريين . فأحرقت مكان اجتماعهم ، وفرقت شملهم ، وقتلت بعضهم وشردت آخرين ، غير أن الجماعة استردت قوتها بعد ، واستمرت في عملها . ولكن لم يسمع عنها شيء يستحق الذكر بعد القرن الخامس قبل الميلاد .

وكانت الجمعية الفيثاغورية ذات نزعة صوفية غامضة . وهذا ما جعل الناس يحركون حولها الأساطير ـ كما كانت لهم نزعة علمية

وفنية تستحق التقدير . فرقوا الصناعات والفنون والرياضة البدنية ، والموسيقى ، والطب ، والعلوم الرياضية ، حتى رووا أن فيثاغورس ابتكر ٤٧ نظرية من نظريات أوقليدس Eclid ، وحتى روى بعضهم أن الجزء الأول من كتاب أوقليدس من ابتكار فيثاغورس .

اتصلت تلك الطائفة الفيثاغورية بمذهب ينتمي إلى شاعر قديم يدعى أورفيوس Orpheus قيل فيما روي عنه من الأساطير أنه استطاع أن يحرك الجماد بقوة أشعاره وسحر غنائه ، فاستمدوا منه كثيراً من الموسيقى وأصولها . كما أخذوا عنه القول بتناسخ الأرواح من بدن إلى بدن ومن إنسان إلى إنسان أو حيوان ، ثم اقتفوا أثره في حياة الزهد والتقشف وضرورة تطهير النفس وخلاصها مما يدنسها من آثام الجسم . ولكن الفيثاغوريين سلكوا إلى طهارة النفس سبيلاً قد تبدو عجيبة أول الأمر وقد يظهر عليها أنها لا يربطها بالغرض الذي يرمون إليه علاقة أو صلة ، ولكنها في الواقع سبيل مؤدية إلى الغاية المقصودة فقد رأوا أن تطهير النفس من أدران الجسد لا يكون إلا بالتفكير في الفلسفة والعلوم لأنهما مظهران للنشاط العقلي والروحي ، كما أن تعشقهما يؤدي إلى إهمال الجسد ولذائذه . . . ومن هنا أخذت تصطبغ تلك الجمعية الدينية الخلقية بالصبغة الفلسفية ، واستحقوا من أجلها أن يكونوا فصولاً في تاريخ الفلسفة ، وينتجوا رأياً في مادة الكون هو في الواقع استمرار لما سبقهم من الآراء ، ولكنه مع ذلك خطوة خطتها الفلسفة إلى الأمام ، إذ نلمح فيه انتقالاً من المادية الأيونية إلى محاولة التفكير المجرد الذي لا يقوم على الحس والمادة .

ويجب أن ننبه هنا إلى شيء هام ، وهو أنا إذا قلنا الفلسفة

الفيثاغورية فليس معنى ذلك أن كل ما فيها من آراء قال بها فيثاغورس نفسه ، وإنما قالت بها جمعيته ، إذ لم يتسن العلم بما كان من فيثاغورس نفسه وما كان من تلاميذه .

قال الفيثاغوريون : « إن سبيل معرفة الأشياء أوصافها » ، ولكن أكثر الأوصاف ليست عامة في الأشياء ، فهذه ورقة خضراء ولكن ليس كل الورق أخضر ، بل بعض الأشياء لا لون له ، وهذا الشيء حلو ، ولكن ليس كل شيء حلواً ، وهذا الشأن في المشمومات والمسموعات والمرئيات وغيرها ، إنما هناك صفة واحدة عامة في كل شيء هو العدد ، فكل شيء جسماني أو غير جسماني له صفة العدد ، وبعبارة أخرى لا يمتاز شيء من شيء إلا بالعدد ، فالعدد هو جوهر الوجود وحقيقته . هكذا ارتأى الفيثاغوريون ، ولهم في ذلك منطق مستقيم إلى حد ما ، لأنك إن أنعمت النظر في الأشياء جميعاً وجدتها تتميز من بعضها بصفات معينة ، فللوردة مثلاً خواص تعرف بها ، وللنار خواص بعينها وهكذا قل في كل شيء ، ولكن تلك الصفات أعراض قد تكون وقد لا تكون ، أي أنك تستطيع أن تتخيل في غير عسر كوناً يخلو من اللون والطعم والحرارة ، ولكن ثمة حقيقة لا يمكن أن نتخيل الأشياء بدونها ، وهي العدد . خذ مثلاً عشر برتقالات ، فلا يشق عليك أن نتصور لونها أحمر أو أخضر أو بلا لون ، ولا يشق عليك أن تتصورها حلوة أو مرة أو ملحة أم بلا طعم ، وإذن فهذه الصفات ليست جوهراً يدوم ما دامت البرتقالات ، ولكنه صفة لازمة لا تزول إلا بزوال الأشياء نفسها .

فكر في كل شيء ترى العدد له أساساً ، فنسبة بعضها إلى بعض عبارة عن عدد فإن قلت إن هذه الشجرة أطول من تلك كان معنى

ذلك أن الوحدات الطولية في الشجرة الأولى أكثر عدداً من وحدات الشجرة الثانية ، وهذا النظام الذي يشمل الكون هو في حقيقته عدد أيضاً . لأنك حين تقول إن صفوف الجند مرتبة منظمة ، فإنما تعني بقولك إن الجنود على أبعاد متساوية ، يفصل كل جندي عن الآخر عدد من الوحدات القياسية مساو الذي يليه وهكذا ، ثم استمع إلى نغمات الموسيقى وفكر في أمرها تجدها عدداً كذلك ، لأنها ليست في الواقع إلا موجات صوتية واهتزازات تقاس بوحدات معروفة في علم الصوت ، ويقارن بعضها ببعض بعدد تلك الوحدات .

لم تتردد المدرسة الفيثاغورية بعد ذلك في اعتبار العدد أساساً للكون وأصلاً لمادته ، فكل ما تقع عليه عيناك مركب من أعداد ، أي أن العدد هنا كالماء عند طاليس والهواء عند أنكسمينس ، فهذه الأرض وذلك القمر والهواء والماء والقلم والمحبرة وما إليها مصنوعة من أعداد ، ولعل ما دفع الفيثاغوريين إلى هذا الرأي العجيب خلطهم بين وحدة الحساب ووحدة الهندسة واعتبارهما شيئاً واحداً . فنحن اليوم نفرق بين الواحد الحسابي الذي هو وحدة العدد والنقطة التي هي وحدة الهندسة ، فالمائة من الكتب مثلاً مكونة من آحاد ولكل واحد منها وجود حقيقي ، أما الخط المستقيم فمكون من نقط وليس للنقط وجود حقيقي بل هي مفروضة فقط . ولكن الفيثاغوريين ظنوا أولاً أن الواحد والنقطة شيء واحد ، ثم رتبوا على ذلك الظن كل هذه النتائج الغريبة[١] . فبناء على نظريتهم هذه يكون الخط

(١) مما لاحظه بعضهم أن كلمة (Figure) في اللغة الانجليزية معناها شكل أو عدد وأن كلمة « صفر » في اللغة العربية تدل على الخلاء أو انعدام العدد . وفي هذا ما يدل على ما كان من خلط بين المعنيين .

المستقيم مكوناً من نقط معلوم عددها (كما أن العدد مكون من آحاد معلوم عددها) ، ولما كان السطح عبارة عن خطوط مستقيمة متجاورة ، والحجم عبارة عن سطوح متلاصقة ، إذن فكل كتلة مادية ذات حجم هي عبارة عن مجموعة من النقط يمكن حسابها . وبعبارة أخرى هي مجموعة من الآحاد . أي أنها مركبة من الأعداد .

وقد نقدهم الفلاسفة بعدُ نقداً شديداً أدى بالفيثاغوريين إلى تعليل بعض آرائهم .

فالأعداد إذن عندهم مادة الكون مهما اختلفت أشياؤه وصوره ، ولما كانت الأعداد كلها متفرعة عن الواحد لأنها مهما بلغت من الكثرة فهي واحد متكرر كان الواحد أصل الوجود عنه نشأ وتكون .

ولكن الأعداد تنقسم إلى فردية وزوجية ، وهذا علة انشطار الكون إلى محدود ولا محدود ، فالفردي اللامحدود ، والزوجي المحدود ، ولكن كيف ارتبط الفردي باللامحدود والزوجي بالمحدود ؟ محل نظر وغموض .

وقد وضعوا قائمة بعشرة أضداد هي عماد الكون وهي : (١) الفردي والزوجي (٢) المحدود واللامحدود (٣) الواحد والكثير (٤) اليمين واليسار (٥) الذكر والأنثى (٦) المستقيم والمعوج (٧) الكون والحرية (٨) النور والظلمة (٩) الخير والشر (١٠) المربع والمستطيل .

وقد غلوا في نظرياتهم العددية حتى خرجوا بها عن المعقول وأبعدوا في الوهم الخيال ، فيقولون ـ مثلاً ـ ١ نقطة و٢ خط و٣ سطح و٤ صلب جامد و٥ صفات طبيعية و٦ حياة ونشاط و٧ عقل

وصحة وحب وحكمة . وهذا لا يعقل إلا أن يكون رمزاً وقد اشتهروا بالرمز حتى في أقوالهم الحكيمة[1] .

ويقدسون عدد ١٠ لأنه مجموع الأرقام الأربعة الأولى : ١ + ٢ + ٣ + ٤ ، ويحلفون به ويضعونه في صورة الهرم . وهذا كما نرى إغراق في الوهم .

ويطبقون المعنويات على نظريتهم في العدد ، فيقولون مثلاً : إن العدل هو رد المثلي إلى مثله ، فإذا أساء أحد إلى إنسان أنزل به مثل ما أساء ، وشطحوا في ذلك فجعلوا العدالة عدداً مربعاً ، لأنه حاصل ضرب عددين متساويين ، واختاروا لذلك عدد أربعة ، لأنه يساوي ٢ × ٢ .

وهكذا ذهبت المدرسة الفيثاغورية إلى أن جوهر الكون أعداد رياضية تتركز كلها في الواحد ، وأنت ترى من ذلك أنهم خطوا بالفلسفة خطوة جديدة نحو التفكير المجرد ، فبدأت الفلسفة منذ ذلك الحين تتحلل بعض الشيء من تلك النزعة الطبيعية (الفيزيقية) التي سادت عند فلاسفة ايونيا لتستقبل صبغة جديدة - هي صبغة الفلسفة في أصح معانيها - أعني التفكير المحض فيما وراء الطبيعة وظواهرها ، ولئن كان مجهود المدرسة الفيثاغورية في ذلك الانتقال

---

(١) روى ابن أبي أصيبعة بحق أن فيثاغورس كان يرمز حكمته ويسترها ، فمن ألغازه « لا تعتد في الميزان » أي اجتنب الافراط و« لا تحرك النار بالسكين لأنها قد حميت فيه مرة » أي اجتنب الكلام المحرض للغضب ، و« لا تضع تماثيل الملائكة على فصوص الخواتم » أي لا تجهر بديانتك وأسرار العلوم الإلهية عند الجهال .

ضئيلاً مملوءاً بالأوهام فإن الفلسفة مدينة لهم بالمحاولة الأولى في ذلك على كل حال .

وللفيثاغوريين آراء فلكية قيمة ، منها نقضهم للفكرة السائدة في ذلك الحين من أن الأرض مركز الكون . إذ قرروا أن الأرض كوكب من الكواكب التي تدور حول النار المركزية ، وليست هذه النار المركزية هي الشمس ، لأن الشمس نفسها تدور حولها ، وقد كانوا بذلك أول من اتجه بالنظر الفلكي هذا الاتجاه الصحيح ، الذي أدركه كوبرنيكس وسار به نحو الدقة العلمية شوطاً بعيداً .

الفيثاغوريون الجدد

حينما يكون العصر عصراً يهتم أكبر اهتمام بالنتائج العلمية لفلسفة ما وليس بالمعرفة العلمية من حيث هي كذلك ، وحين يتملك أعمق التشكك في قدرة الإنسان على الوصول إلى المعرفة عقول معظم المفكرين فيه ، وحين يسود اتّجاه لينتشر أوسع اتساع ويميل إلى قبول الحقيقة أينما وجدها على أساس من حاجاته العملية وعلى أساس من الحدس المباشر للحقيقة ، حتى ولو كان ذلك على حساب الاتساق العلمي ، نقول حين يكون العصر هو على هذه الصفات فان العقل لا يكاد يحتاج إلا لدفعة خفيفة من أجل أن ينطلق في البحث عن الحقيقة خارج اطار المعرفة الطبيعية باللجوء إلى مصدر أعلى مزعوم لها . ويبدو أن الفكر اليوناني وصلته هذه الدفعة ابتداء من نهاية القرن الرابع ق . م . من ناحية بسبب انتشار شعائر الأسرار الدينية ، ومن ناحية بسبب اتصاله بالأفكار الشرقية وبالثقافة الشرقية والذي كانت الاسكندرية مركزاً له . ومن هذا المركز ، حيث ولدت الفلسفة

اليونانية اليهودية ، ظهر لأول مرة هذا النوع من التأمل الذي سينتهي بعد عدة مئات من السنين إلى إخراج نزعة جديدة في الفلسفة ، هي الفلسفة الأفلاطونية المحدثة . وكان الدافع النهائي لذلك النوع من التأمل هو الاشتياق إلى كشف أعلى يـأتي بالحق . وكـان أساسـه الميتافيزيقي هو القول بالتعارض بين الإلـه والعالم ، وبين العقـل والمادة ، وهو ما لاحظناه من قبل في مذاهب الأورفيين والفيثاغوريين وعند أفلاطون . وبين هذه البؤر المتعارضة كان هناك دور الوسيط ، لتقوم به الدايمونات والقوى الإلهية . وقد كانت النتيجة العملية لهذا النوع من التأمل هو امتزاج الأخلاق بالديانة ، وهو ما أدى من جهة إلى النزعة التزهدية ، ومن جهة أخرى إلى طلب الوصول إلى إدراك حدس مباشر للإله .

وإذا كـانت الفلسفة الفيثـاغوريـة ، من حيث هي فلسفة ، قـد انطفأت خلال مجرى القرن الرابع ق . م . أو أنها امتزجت بالتيار الأفلاطوني ولـم تعد كياناً مستقلاً ، إلا أن التيار الفيثاغوري استمر على الحياة كنوع من أشكال الحياة الدينية . ذلك أن شذرات من نصـوص عصر الكـوميديـا الـوسـطي تبين لنـا أن شعـائـر الأسـرار الفيثاغورية كانت بالفعل على انتشـار واسع ، وأن ذلـك كان على ارتباط ينموّ الديانة الأورفية الـديونيسيـة السريـة وما يتعلق بهـا من تأملات خلال العصر السكندري ، سواء في الشرق أو في الغرب ، بل إن هناك من الدلائل ما يشير إلى أن الفلسفة الفيثاغورية باعتبارها نظرية لم تختفي تماماً ولـم يختفي الاهتمام بها اختفاء تاماً ، وذلك خلال الفترة التي انقطع فيها تيار التقاليد الفيثاغـورية ، ومن هـذه الدلائل كتاب كتبه لـوكانـوس أوكيلوس في القرن الثـاني ق . م .

بعنوان « في طبيعة الكون » ، وكان الدافع وراء تأليفه هو محاولة البرهنة على أن مذاهب أرسطو كانت لها سوابق فيثاغورية ، وبالذات فيما يخص مذهب خلود العالم وخلود النوع البشري . ويمكن القول ان هذا الكتاب يدل على أقل تقدير على وجود اتجاه يهتم بالنزعة الفيثاغورية بين المشائين

أما أول محاولة لبعث الحياة إلى العمل الفيثاغوري ولإثرائه عن طريق النظريات التي أتت من بعده ، فانها حدثت في أواخر القرن الثاني أو أوائل الأول ق . م . وربما تمت في الاسكندرية . وقد سبق أن أشرنا إلى عرض المذاهب الفيثاغورية الذي قام به الاسكندر بوليهيستوريوس (عاش حوالي ٧٠ ق . م .) والذي نجده عند ديوجينيز اللايرسي (الكتاب الثامن ، ٢٤ وما بعدها) (راجع رقم ٢٠) ، وهو عرض يبين بوضوح احاطته بالفلسفة الهلينستية وخاصة الرواقية . وهناك كذلك الكتاب الرائع الذي ألفه مؤلف مجهول ، ومحفوظ في كتابات العالم البيزنطي فوتيوس ، والذي يحاول أن يجمع على الطريقة التوفيقية بين تيارين ينبغي التمييز بينهما من داخل الفيثاغورية المحدثة ، وهما تيار الثنائية الأفلاطونية وتيار الواحدية الرواقية .

وكان من أحب وسائل المؤلفين من أجل تقريب الفيثاغورية إلى الجمهور في صيغة حديثة تناسب العصر ، القيام بكتابة مؤلفات تُنحل إلى أسماء أعضاء المدرسة القدماء ، ومن ذلك « المقدمات » إلى قوانين زالوكوس ، و« خارانداس » الذي يقتبس منه شيشرون (« في القوانين » ، الثاني ١٤ وما بعدها) . وبعد ذلك تجمعت كمية ضخمة من هذه الكتابات المنحولة إلى الفيثاغوريين القدماء ، وان

كانت في الواقع من انشاء فيثاغوريين محدثين ، ويبلغ عددها حوالي التسعين لخمسة عشر كاتباً ، وكلها معروفة لنا بعناوينها ، وقد وصلت إلى أيدينا شذرات كثيرة من هذه المؤلفات ، وأهمها من حيث العدد والفكر تلك التي جاءت منسوبة إلى أرخيتاس .

وأول من انتسب إلى المدرسة الفيثاغورية المحدثة ، والذي نعرفه بالاسم ، هو صديق شيشرون العالم بوبليوس نيجيديوس فيجولوس (توفي عام ٤٥ ق . م .) وهو مؤلف كتاب يدل على واسع الاطلاع بعنوان « من الآلهة » ، وكان من أتباعه بوبليوس ڤاتينيوس . كذلك فإن مدرسة سكستيوس كانت على ارتباط بالفيثاغوريين المحدثين وهناك آثار محددة عن حياتهم وعن مذاهبهم في فترة حكم أغسطس ، وهي تظهر في كتابات أريوس ديديموس ، كما يدل عليها شغف الملك جوبا الثاني بجمع الكتب الفيثاغورية ، والقصيدة المسماة « القصيدة الذهبية » ربما كانت قد كتبت حوالي نفس هذا العصر ، حيث أنها مذكورة عند فوسيليديس المزعوم . وفي النصف الثاني من القرن الأول الميلادي عاش كل من مديراتوس من جاديس وأبولونيوس تيانا . وقد كانت شهرة أبولونيوس في عصر الامبراطورية أنه ساحر ، وربما كان كذلك بالفعل . وربما كتب نيقوماخوس من جراسا مؤلفه الضخم الذي لا يزال بين أيدينا منه « المقدمة إلى علم الحساب » و« الجامع في الموسيقى » أما نومينيوس ، فيبدو أنه عاش بعد ذلك تحت حكم الاباطرة الأنطونيين ، بينما ينتمي فيلوستراتوس إلى الثلث الأول من القرن الثالث الميلادي .

وقد اجتمعت ، في المذاهب التي حاول هؤلاء الفيثاغوريون الجدد أن يقيموا عليها المبادىء الدينية والأخلاقية لفرقتهم ،

اجتمعت فيها النظريات الفيثاغورية القديمة ، والمذاهب المأخوذة من أفلاطون ومن الاكاديمية ومن اكسينوقراطيس على الأخص ، وكانت ذات احترام أكبر من النظريات الفيثاغورية القديمة ، وذلك إلى جانب عناصر استعاروها من المدرسة المشائية ومن المدرسة الرواقية ، والعلة في هذا هي أن هذه الفلسفة شأنها شأن معاصرتها في المدرسة الاكاديمية ، كانت ذات طابع توفيقي ، ولكننا نجد في داخل هذا القدر المشترك المتفق عليه ، نحد اختلافات كثيرة بين فلاسفتها من حيث التفاصيل .

فقد أعلن الفيثاغوريون الجدد أن « الوحدة » و« الاثنينية » هما الأساسان المطلقان للوجود ، والوحدة هي المثال ، والاثنينية هي المادة ، ولكن على حين قال البعض منهم بأن الوحدة هي أيضاً العلة المحركة أو الإله ، فإن آخرين ميزوا بين الاثنين ، أي بين الوحدة والإله ، وقالوا إن الإله هو ، من جانب ، العلة المحركة ، وهو ما كان قد رأته محاورة « طيماوس » لافلاطون كما ذكرنا ، وهو بهذه الصفة يجمع المادة والمثال معاً ، وهو ، من جانب آخر ، « الواحد » الذي منه تخرج « الوحدة » و« الاثنينية » على السواء . وهذه النظرية الأخيرة مزجت الاتجاه الرواقي القائل بالواحدية بالاتجاه الافلاطوني والأرسطي القائل بالثنائية ، وتكون بهذا قد هيأت الطريق لظهور المذهب الأفلاطوني المحدث .

ويظهر نفس هذا التعارض بين الموقفين بخصوص مسألة طبيعة علاقة الإله بالعالم . فقد رأى بعض الفيثاغوريين الجدد أن الألوهية أعلى من العقل ، وضعوها في موضع يعلو على كل ما هو محدود علواً شديداً إلى حد لا يمكنها معه الاتصال المباشر مع أي شيء

مادي . ولكن آخرين رآوا من الألوهية النفس التي تنتشر في خلال كل جسم العالم ، وساروا على خطى الرواقيين في وصف النفس بأنها « الحرارة » أو « النفس » (pneuma) . ورأى الفيثاغوريون أن المبدأ الصوري للوجود يجمع في داخله كل الأعداد ، أما المثل فإنها هي تلك الأعداد بذاتها . وظهرت تأملات مغرقة في الخيال عند الفيثاغوريين بصدد مغازي الأعداد ودلالاتها ، ومع ذلك فإن الدراسة العلمية للرياضيات كانت موضع بحث جاد من الناحية الأخرى ، واهتموا بتنميتها وتطويرها اهتماماً قوياً .

وقد حرف الفيثاغوريون الجدد في مذهب أفلاطون تحريفاً شديداً ، حيث قالوا بأن الأعداد أو المثل هي أفكار الإله ، واعتبروها بالتالي ليس جوهر الأشياء ، بل على أنها النماذج الأصلية التي ظهرت الأشياء على صورتها وحسب . والدافع وراء موقفهم هذا ، هو أنه كان السبيل الوحيد للجمع بين تعدّد المثل وواحدية العالم . ولكنهم أخذوا ما قاله أفلاطون عن المادة بحرفيته ، ووضعوا « نفس العالم » في الموضع الذي ذكره أفلاطون لها ، أي في موضع متوسط بين المادة والمثل ، كما أخذ الفيثاغوري المسمى طيماوس برأي أفلاطون في تكون نفس العالم .

وقد عالج الفيثاغوريون الجدد كل جوانب الفلسفة في كتاباتهم ، إلى جانب الميتافيزيقا . ومما يدل على نشاط المدرسة في ميدان المنطق الرسالة المنسوبة إلى أرخيتاس ، والمعنونة « في الكون » ، وهي تعالج نظرية المقولات ، وتعتمد اعتماداً رئيسياً على مذهب أرسطو وان كانت تنحرف عنه في كثير من التفاصيل . أما في نظريتهم في الفلسفة الطبيعية فانهم اتبعوا أساساً أفلاطون والرواقية ، وذلك

حين أشادوا بجمال العالم وبكماله ، وهو جمال وكمال لا يؤثر فيه أو ينقص منه الشر القائم في العالم ، كما أنهم قالوا بالنجوم آلهة منظورة . ولكنهم استعاروا من أرسطو نظرية خلود العالم وخلود النوع البشري ، واستمرت المدرسة على القول بهذا بعد أوكيلوس . كذلك فانهم اتبعوا أرسطو في أقوالهم بشأن تعارض العالمين السماوي والأرض ، في أن الأول خالد بينما الثاني متغير ، وشابهوا أفلاطون والفيثاغوريين القدماء في استنباط الاحجام المكانية من الأعداد ، واستنباط العناصر من الأجسام المنتظمة (Regular solids) . ولكننا نجد ، من الجهة الأخرى ، عند أوكيلوس نظرية أرسطو في العناصر .

أما نظرية المدرسة الفيثاغورية المحدثة في الإنسان ، فإنها أفلاطونية الطابع ، والفيثاغوري الوحيد الذي يقول بمادية النفس هو المسمى الاسكندر (وقد سبقت الإشارة إليه) . وكان اكسينوقراطيس خليفة أفلاطون يرى أن النفس عدد يتحرك بذاته ، كما يشير إليها أيضاً رموز رياضية أخرى ، وقد كرر الفيثاغوريون القول بمذهب أفلاطون في أجزاء النفس وفي وجودها قبل الاتصال بالجسد وفي خلودها . ولكن الغريب أن مذهب التناسخ لا يحتل عندهم إلا مكاناً ثانوياً ، وذلك في حدود ما نعرف عنهم ، بينما اهتموا أعظم اهتمام بالاعتقاد في الديمونات . وقد ارتبط مفهوم الديمونات ، منذ عصر نيقوماخوس على الأقل ، بمفهوم الملائكة عند اليهود .

وتعرض النصوص الباقية من الكتابات الكثيرة التي حررها الفيثاغوريون الجدد في موضوع الأخلاق ، تعرض لمذاهب أفلاطون ولبعض مذاهب المشائين أيضاً عرضاً لا لون له خاص ولا يزيد عن

محض الترديد ، وان كانت تضاف إلى تلك المذاهب اضافات قليلة نسبياً لعناصر أخلاقية رواقية . إنما الميدان الـذي يظهـر فيه تميـز المدرسة الفيثاغورية الجديدة بقوة ، هو ميدان آرائهم الدينية . فنحن نجد لديهم ، من جهة ، تصوراً أكثر صفاء عن الإله ، بالقياس إلى التصورات الأخرى ، ويتصل بفكرة الإله الأعلى عندهم طلبهم أن تكون عبادته عبادة روحية خالصـة ولكننا نجـد عندهـم ، من جهـة أخرى ، قبولاً للعبادة الشعبية وقيمة عالية منسوبة إلى النبوءات ، وقد أكدوا على ضرورة طهارة الحياة ، ويتصل بهذا القول بأنواع معينة من التحريمات ، وهو ما تشترك فيه كل الأسرار الفيثاغورية . ويظهر هذا العامل ظهوراً أقوى وبشكل تفصيلي في الكتابات التي تصور المثل الأعلى للفلسفة الفيثاغورية ، ممثلاً في فيثاغورس وفي أبولونيوس من تيانا ، والذي تعرض له تراجم حياة فيثاغورس التي كتبها كـل من أبولونيوس وموديراتوس ونيقوماخوس ، وكتاب « حيـاة أبولـونيوس » الـذي كتبه فيلوستـراتوس (حـوالي عام ٢٢٠ ميـلادية) . وتـظهر الفلسفة في هذا الإطار على أنها الدين الحق ، ويظهـر الفيلسوف على هيئة نبي الإله وخـادمه . أمـا أعظم المشكـلات التي تواجـه الإنسان والوسيلة الوحيدة التي بهـا تتحرر روحـه من قيود الجسـد والحس ، فإنها مشكلة طهارة الحياة والعبادة الحقة للإله . وتتكون هذه العبادة في قسم منها في امتلاك أنبل الأفكار عن الإله بطبيعـة الحال ، وفي الحياة حيـاة فاضلة خـالصة لـوجه خيـر ابناء جنسنـا الإنسـاني ، ولكن أهم ما تتكـون منه إنمـا هو الحيـاة التزهـدية . وتحتوي هذه الحياة التزهدية في صورتها الكاملة الامتناع عن أكل اللحم وشرب النبيذ ، والعزوبة ، وارتداء الكاهن لثياب من الكتان ،

وتحريم كل أنواع النذور والأضاحي الحيوانية ، وكذلك شيوع ملكية الخيرات بين أعضاء تجمعات الزهاد والفلاسفة ، وكل المتطلبات التي نسبها الاساطير إلى أعضاء الجماعة الفيثاغورية الأول . أما أظهر ما يناله من يعيش حياته على التقوى فهو أنه يصبح قادراً على القيام بالمعجزات وقادراً على المعرفة التنبؤية ، التي تقترب من حيازة العلم الشامل ، وتمتلىء تراجم حياة فيثاغورس وأبولونيوس ببراهين على هذا العلم الشامل . وقد عثر على نقش في آسيا الصغرى ، كتب في القرن الأول للميلاد ، ويطبق تمثيل الطريقين المعروف في الاسطورة التي ابتدعها بروديقوس على حالة النزعة التزهدية في الفيثاغورية الجديدة ، التي تقابل بالتضاد حياة السعي وراء اللذة التي هي مدار اهتمام الرجل العادي .

الصفر :

لا يبحث هذا الباب في أي صورة من صور الصفر العددي ولا في اللامتناهي في الصغر infinitesimal ، بل في الصفر البحت للمقدار . وهذا هو الصفر الذي كان في ذهن كانط حين نقض برهان مندلسون على خلود النفس . ويذهب كانط إلى أن المقدار المفرط قد يصبح صفراً مع بقائه من نفس النوع ، وأنه مع أن الصفر مقدار محدد ، إلا أنه لا كمية مقدارها صفر يمكن أن توجد . وهذا النوع من الصفر هو كما سنرى معنى كَمًّ أساسي ، وهو من جملة النقط التي تتسم بها نظرية الكمية فتطبعها بطابع خاص بها . وللصفر الكمي صلة معينة بكل من العدد ، والفصل الصفري في المنطق ، ولكنه (فيما أعتقد) لا يقبل التعريف بدلالة أي منهما . أما استقلاله التام عن

اللامتناهي في الصفر فالاعتراف العام به أقل . ولن نناقش هذا إلا في الباب المقبل .

إن معنى الصفر في أي نوع من الكمية مسألة كثيرة الصعوبة وينبغي معالجتها بأعظم عناية ، إذا شئنا تجنب المتناقضات . ويبدو أن الصفر يمكن تعريفه بخاصية عامة معينة دون الإشارة إلى أي ميزة خاصة بنوع الكمية التي ينتمي إليها . ومع ذلك فالوصول إلى مثل هذا التعريف ليس بالأمر اليسير .

والصفر « يبدو » أنه تصور متميز أساساً تبعاً للمقادير التي نبحثها ، أهي منفصلة أم متصلة . ولكي نثبت أن الأمر ليس على هذا النحو فلنبحث التعاريف المقترحة المختلفة .

يعتبر الأستاذ مينونج الصفر أنه المقابل المتناقض لكل مقدار من نوعه . وعبارة « المقابل المتناقض Opposite contradictory » لا تخلو من اللبس . فمقابل الفصل ، في المنطق الرمزي ، هو الفصل المشتمل على جميع الأفراد التي لا تنتمي إلى الفصل الأول . وبناء على ذلك لا بد أن يكون مقابل الفرد جميع الأفراد الأخرى . ومن الواضح أن هذا المعنى غير ملائم : فالصفر ليس كل شيء ما عدا مقداراً واحداً من نوعه ، ولا كل شيء ما عدا فصل المقادير التي من نوعه . فمن العسير اعتبار قولنا : إن ألماً ما هو صفر لذة ، صحيحاً . ومن جهة أخرى نقول : إن صفر لذة هو « لا لذة » ، ومن الواضح أن هذا هو ما يعينه الأستاذ مينونج ، ولكن على الرغم من أننا سنرى أن هذه النظرية صحيحة فإن معنى العبارة صعب إدراكه جداً . فهي لا تعني شيئاً آخر سوى اللذة ، وكذلك حين يؤكد لنا أصدقاؤنا أنه ليس من اللذة أن تكشف لنا أخطاؤنا . ويبدو أن هذا يعني ما ليس بلذة ولا

حتى أي شيء آخر . ولكن ذلك ليس إلا طريقة معقدة لقولنا « لا شيء » ويمكن حذف الإشارة بالكلية إلى اللذة . وهذا يعطينا صفراً هو بعينه لجميع أنواع المقادير ، وإذا كان ذلك هو المعنى الصحيح للصفر ، فليس الصفر إذن أحد المقادير من نوع ما ، ولا حدا في متسلسلة مكونة بواسطة مقادير من نوع ما .

لأنه ولو أنه من الصحيح في الغالب أنه لا شيء أصغر من جميع المقادير من نوع ما ، فمن الخطأ دائماً أن « لا شيء » ذاتها أصغر من جميعها . ليس لهذا الصفر إذن أي إشارة خاصة لأي نوع معين من المقادير ، وهو قاصر عن تحقيق الوظائف التي يتطلبها منه الأستاذ مينونج . ومع ذلك فالعبارة تقبل كما سنرى تفسيراً يتجنب هذه الصعوبة . ولنبحث أولاً بعض المعاني الأخرى المقترحة لهذا اللفظ .

يمكن أن يعرف الصفر بأنه أقل مقدار من نوعه . وحيث يكون نوع من المقدار منفصلاً ، وبوجه عام حين يكون له ما يسميه الأستاذ بتازي Bettazzi بمقدار « limiting » للنوع ، فإن مثل هذا التعريف يكون غير كاف . إذ في تلك الحالة يبدو أن المقدار النهائي هو حقاً الأقل من نوعه . وعلى أي حال يعطي لنا التعريف خاصية أكثر مما يعطينا تعريفاً صحيحاً ، وهو الذي يجب أن نلتمسه في معنى ما منطقي بحت ، لأن الصفر لا يمكن أن يخلو من أن يكون على معنى ما إنكاراً لجميع المقادير الأخرى من النوع . والعبارة التي تقول بأن الصفر أقل المقادير شبيهة بالعبارة التي يمتدحها ديمورجان De morgan لما فيها من خطابة ، وهي : « كان أخيل أقوى جميع أعدائه » . وهكذا فمن الخطأ الواضح القول بأن الصفر أقل الأعداد

الصحيحة الموجبة ، أو أن البعد بين أ وأ هو أقل بعد بين أي حرفين من الأبجدية . ومن جهة أخرى حيث يكون نوع من المقدار متصلاً وليس له مقدار نهائي فمع أننا فيما يظهر نحصل على اقتراب تدريجي وغير محدود من الصفر ، إلا أنه ينشأ الآن اعتراض هو أن المقادير من هذا النوع هي أساساً مما ليس لها نهاية صغـرى ، ومن ثم لا يمكننا بغير تناقض مقصود ، أن نأخذ الصفر على أنه نهايتها الصغرى ومع ذلك قد نتجنب هذا الاعتراض بقولنا : إن هناك دائماً مقداراً أقل من أي مقدار آخر ، ولكنه ليس الصفر ، إلا إذا كان ذلك المقدار الآخر هو الصفر . وهذا التعديل يتجنب أي تنـاقض صوري . ولا يرجع قصوره إلا إلى أنه يعطي علامة للصفر أكثر مما يعطي معناه الصحيح . وكل شيء آخر هو مقدار من النوع المذكور فقد يمكن أن يتناقض . ونريد أن نعرف ، ما الذي يجعل الصفر قاصراً كمـا هو الواضح من أي تناقض آخر . ولما كان التعريف المقترح لا يدلنا عليه ، فإنه على الرغم من أنه يعطي خاصية لا تنتمي في الغالب لأي مقدار آخر من هذا النوع ، فلا يمكن اعتباره من الناحية الفلسفيـة كافياً . وفضلاً عن ذلك فحيثما تكون هناك مقادير سالبة ، فإن هذا الترتيب يمنعنا من اعتبار هذه المقادير أقل من الصفر .

حيث تكون المقادير فروقاً أو مسافـات ، فللصفر من أول وهلة معنى واضح هو التـطابق . وهنا نجـد أن الصفر بحسب التعـريف المذكور يبدو أنه من الأولى ألا علاقة له بنوع ما من المسافات دون نوع آخر . فقد يبدو أن صفر المسافة في الزمان هو نفسه كصفر المسافة في المكان . ومع ذلك فيمكن تجنب هذا الاعتـراض بأن نضع بدل التطابق البحت ، التطابق المصحوب بعضو ما في فصل

الحدود التي تقوم المسافات المذكورة بينها . وبهذه الحيلة نجعل الصفر في أي فصل من العلاقات التي هي مقادير ، محدداً تماماً وخالياً من التناقض . وعلاوة على ذلك عندنا كل من صفر الكميات وصفر المقادير ، لأنه إذا كان أ وب حدين من الفصل الذي له المسافات ، فالتطابق مع أ والتطابق مع ب هما صفران متميزان من الكمية . وبذلك تتضح هذه الحالة وضوحاً تاماً . ومع ذلك فالتعريف لا بد أن يستبعد ، إذ من الواضح أن للصفر معنى ما عاماً ، بشرط أن نضع ذلك في صيغة واضحة ، وهو ما ينطبق على جميع فصول الكميات . وليس صفر المسافة هو بالفعل نفس التصور كالتطابق في أي فصل من المقادير التي تكون متصلة بمعنى أن لها حدا بين أي اثنين ، والتي أيضاً ليس لها مقدار نهائي ، فيمكن أن ندخل الصفر في الطريقة التي نحصل بها على الأعداد الحقيقية من المنطقات . فأي مجموعة من المقادير تعرف فصلاً من المقادير أقل منها جميعاً ، وهذا الفصل من المقادير يمكن أن نجعله من الصغر كما نحب ، ويمكن بالفعل أن نجعله الفصل الصفري أي لا يشتمل على حدود إطلاقاً . (ويحدث ذلك مثلاً إذا كانت المجموعة تشتمل على جميع المقادير من النوع) والفصول التي تعرف على هذا النحو تكون متسلسلة لها صلة وثيقة بمتسلسلة المقادير الأصلية .

وفي هذه المتسلسلة الجديدة ، الفصل الصفري هو قطعاً أول حد وهكذا إذا اعتبرنا الفصول كميات ، فالفصل الصفري هو كمية صفر ، وليس هناك فصل يشتمل على عدد متناه من الأعضاء ، فلا يكون هناك كما هي الحال في الحساب اقتراب منفصل من الفصل الصفري ، على العكس الاقتراب بمعان متعددة لهذه اللفظة

متصل . وهذه الطريقة في تعريف الصفر المطابقة لتلك التي تدخل العدد الحقيقي الصفر مهمـة ، وسنناقشهـا فيما بعـد . ولكننا الآن يمكن أن نلاحظ أن هذا التعريف يجعل الصفر واحداً لجميع أنواع المقادير ، ولا يجعل واحداً من بين المقادير التي يكون الصفر منها .

نحن مضطرون في هذه المسألة أن نواجه المشكلة الخاصة بطبيعة السلب . من الواضح أن « لا لذة » تصور مختلف عن « لا ألم » حتى حين يؤخذ هذان الحدان بدقة على أنهما مجرد إنكار للذة وللألم على التعاقب . وقد يبدو أن « لا لذة » لها نفس العلاقة « باللذة » كما يكون لمختلف المقادير من اللذة ، ولو أن لها كذلك طبعاً العلاقة الخاصة بالسلب . فإذا سلمنا بذلـك رأينا أنـه إذا عرف نـوع من المقادير بالشيء الذي به كانت مقادير فيترتب على ذلك أنه « لا لذة » واحد من بين المقادير المتعددة للذة . فإذا تمسكنا ببديهيتنا من أن جميع أزواج المقادير من نوع واحد لها علاقات لا مساواة فينبغي أن نسلم أن الصفر أقل من جميع المقادير الأخرى من نوعه . حقاً يبدو من الواضح أنه يجب التسليم بذلك ، من واقع أن الصفر من الجلي أنه « ليس أكبر » من جميع المقادير الأخرى من نوعه . وهذا يبين أن للصفر علاقة مع « أصغر » ليست له مع « أكبر » . وإذا نحن أخذنا بهذه النظرية فلن نقبل بعد الرأي الواضح والبسيط عن المسـافات الصفر مما سبق ذكره ، ولكننا سنذهب إلى أن المسافة الصفر هي بالدقة وفقط « لا مسافة » وأنها مترابطة فقط بالتطابق .

وهكذا قد يبدو أن نظرية الأستاذ مينونج التي بدأنا بها صحيحة جوهرياً وإنما تحتاج إلى تعديل طبقاً للنظرية السابقة في هذا الأمر : وهو أن المقدار الصفر هو إنكار التصور المعرف لنوع من المقادير ،

وليس إنكار أي مقدار واحد خاص أو إنكارها جميعاً . ولا بد لنا أن نذهب ، إلى أن أي تصور يعرف نوعاً من المقادير يعرف كذلك بسلبه مقداراً خاصاً من النوع يسمى صفر ذلك النوع ، ويكون أقل من جميع الأعضاء الأخرى من النوع . فنحن الآن نجني ثمرة التمييز المطلق الذي أجديناه بين التصور المعرف لنوع من المقدار وبين مختلف المقادير من النوع . والعلاقة التي سلمنا بها بين مقدار خاص وبين ذلك الذي هي مقدار له لم تكن متطابقة مع فصل العلاقة ، بل تقرر أنها ذاتية ، فلا تناقض إذن كما هو الحال في معظم النظريات في افتراض أن هذه العلاقة تقوم بين « لا لذة » و« لذة » ، أو بين « لا مسافة » و« مسافة » .

وأخيراً علينا أن نلاحظ أن « لا لذة » ، وهي المقدار الصفر ، لا نحصل عليها من الإنكار المنطقي للذة ، وليست نفس الشيء كالمعنى المنطقي لـ « لا لذة » . على العكس « لا لذة » تصور كميّ أساساً ، له علاقة غريبة ووثيقة بالإنكار المنطقي ، تماماً كما أن له علاقة وثيقة جداً بالفصل الصفري . وهذه العلاقة هي أنه ليس هناك « كمية » مقدارها صفر حتى يكون فصل الكميات الصفر هو الفصل الصفري . وصفر أي نوع من المقدار قاصر عن تلك العلاقة بالوجود أو بالجزئيات ، والمقادير الأخرى تقوى عليها . ولكن هذه قضية تركيبية ، لنا فقط أن نقبلها على أساس أنها بينة بذاتها . والمقدار الصفر من أي نوع هو كالمقادير الأخرى غير قابل للتعريف بمعنى الكلمة ، ولكنه يقبل التعيين بواسطة علاقته الخاصة بالصفر المنطقي .

المنهج الرياضي بين الاستنباط والاستقراء

هناك من يعتقد أن المنهج الرياضي هو المنهج الاستنباطي الذي يوصف من وجهة نظر العلم بأنه الحدس تحليلي . كما يوصف بأنه فرض عند الذين يريدون أن يقصوا الحدس في مجال الرياضيات ونسقها الاستنباطي وما يستند إليه من أسس رفضوا أن يوصف بأنها حدسية ، ليؤكدوا اعتماد هذا المنهج على المنطق وحده .

وهناك من يعتقد أن منهج الرياضيات الحق هو المنهج الاستقرائي الذي يتصف بالخصوبة وعدم العقم . وقد يبدو ذلك غريباً ، لأن المعروف أن الاستقراء قليل الشأن في العلوم غير الطبيعية ولذلك ميز هؤلاء الرياضيون بين الاستقراء المطبق في العلوم الطبيعية والاستقراء المطبق في العلوم الرياضية فالأول غير أكيد وتتفاوت درجة الاحتمال فيه أما الثاني فهو أكيد ويقيني . وأستطيع القول إن الذين رأوا أن المنهج الرياضيات استقرائي تركيبي أرادوا أن يؤكدوا أن المنهج الرياضي حدسي - لأن الاستقراء يقوم على حدس الأمور المستقرأة سواء كانت حسية أو عقلية على الرغم من كونه صورة استدلالية تعتمد على الحدود الوسطى والصور العقلية في الوصول إلى النتيجة وعلى هذا النحو فإن المنهج الرياضي متأزجح بين الاستنباط والاستقراء وبالتالي بين المنطق والحدس . وعلينا الآن أن نقوم بدراسة كل من الاستنباط الرياضي والاستقراء الرياضي لنتمكن من تحديد صلة المنهج الرياضي بكل من المنطق والحدس .

أولاً : المنهج الفرضي الاستنباطي :

١ ـ التعريف بالمنهج الفرضي الاستنباطي :

عندما يريد الانسان أن يضفي على المعرفة العلمية أعلى درجة ممكنة من الوضوح ومن اليقين عليه من وجهة نظر منهجية أن يشرح كل تعبير وأن يفسر كل اصطلاح يستخدم في العلم . وباختصار عليه أن يبرز تقريراته وسرعان ما يتحقق الإنسان من أن هـذه مثاليـة لا يستطيع تحقيقها أبداً فهو إن حاول أن يشرح معنى تعبيرها ، فإنـه يستخدم بالضرورة تعبيرات أخرى وعندما يشرح معنى للتعبيرات ، يلجأ إلى استخدم تعبيرات أخرى . وهكذا يفرض أنـه لم يقع في شباك الدور . وبذلك يبدأ بعملية لا يمكنه أن تأتي إلى نهاية لها تمتاز بأنها تراجع لانهائي . والأمر على هذا النحو في الـرياضيـات فإذا تمسكنا بهذه المثالية كان علينا أن نتراجع ، عنـدما نـريد أن نبـرز صرف قضية ونبين مشروعيتها تراجعاً لانهائياً ما دمنا لم نقع في الدور ولما كان هذا التراجع اللانهائي مستحيلاً اضطر المرء إلى التوقف وإلى التسليم بعـدة مبادىء . فعليـه أن يسلـم أولاً بمجمـوعـة من الحدود يقبلها بدون شرح أو تعريف لها وعليه أن يتبنى مبدأ مؤداه ألا يستخدم في هذا النسق تعبيراً آخر دون أن يكون معناه قد حدد فعلاً بواسطة هذه الحدود الأولى غير المعرفة وبواسطة تعبيرات هذا النسق التي شرحت معانيها من قبل . وتسمى الجملة التي تحدد معنى ما تعريفاً وتسمى التعبيرات التي حددت معـانيها بـالحدود المعـرفة . وعليه أن يسلم ثانياً مجموعة من القضايا يقبلها بدون أن يقيم دليلاً أو برهاناً على صدقها ومشروعيتها . وتسمى هذه القضايا بالقضايا الأولية وبالبديهيات وبالمسلمات . وعليه ألا يقبل أية قضية أخرى على أنها

صادقة ، إلا إذا استطاع أن يقيم دليلاً على صدقها بواسطة البديهيات والمسلمات والتعريفات وقضايا النسق التي تقرر صدقها ومشروعيتها سابقاً مما يسمى بالقضايا المبرهن عليها أو النظريات . وتسمى العملية التي تقرر بها هذه القضايا بالبرهان كما تسمى عملية إقامة قضية على قضايا أخرى بالاشتقاق أو الاستنباط ، وتسمى القضية التي تشتق أو تستنبط بالنتيجة[1] ويرى المناطقة أن كل علم يقوم على هيئة نسق استنباطي يكون قد اعتمد في قيامه على المنطق ، إلى جانب ما قد يكون هناك من أنساق سابقة ، يفترض هذا العلم سبق قيامها ، وعلى ذلك فإن المنطق لا يعتمد إلا على نفسه في حين أن الحساب يفترض سبق المنطق عليه ، أما الهندسة فهي تفترض سبق المنطق والحساب . وعلينا لذلك عندما نريد أن نقيم نسقاً أن فحص الأنساق السابقة عليه ، وأن نراعي جميع مطالب النسق محل التشييد مما يلزم لتعريف حدوده والبرهنة على قضاياه .

والمنهج الذي نشيد به نظاماً تبعاً لهذه المبادىء السابقة تشييداً دقيقاً يعرف بالمنهج الاستنباطي . وتسمى النظم التي تشيد بهذه الطريقة بالنظريات الاستنباطية . ومن الشائع الآن أن المنهج الاستنباطي هو ما تتميز به الأنساق الرياضية عن العلوم الأخرى . فكل نظام رياضي هو نظرية استنباطية . وقد ذهب بعضهم إلى أن كل نظرية استنباطية هي نظام رياضي . ويكون المنطق الاستنباطي نفسه وفقاً لهذا الرأي نظاماً رياضياً[2] .

(١) Torski Introduction tolongie, PP. 117 – 119.

(٢) Ibid., PP. 119 – 120

٢ ـ أسس المنهج الفرضي الاستنباطي :

ظهر لنا إذن أن الرياضيات علم استنباطي ، أو على نحو أدق نسق فرضي استنباطي والمبدأ الذي يحدد خطة بناء هذا النسق هو ألا تقبل أي حد غير الحدود الأولية بدون تعريف بواسطة الحدود الأولية والحدود التي سبق تعريفها ، وألا نقبل أية قضية فيما عدا القضايا الأولية ، إلا إذا أقيم البرهان عليها ، وذلك باستنباطها من قضايا أخرى سبق البرهان عليها أو قبلت بدون برهان . مع عدم الالتفات إلى الوضوح المباشر لأي حد من الحدود المراد تعريفها أو لأية قضية من القضايا التي يراد البرهنة عليها ، أو لأي تقرير من التقريرات التي تستخدم في البرهنة . بل يجب تعريف هذا الحد أو اشتقاقه من الحدود التي قبلت سابقاً وأن نبرهن على أن هذه القضية أو هذا التقرير . متضمنة منطقياً في قضية سبق لنا البرهنة عليها أو قبولها بدون برهان . فنحن نتراجع إذن في عملية الاشتقاق والاستنباط من حد إلى الحدود التي تسبقه ومن قضية إلى قضايا سابقة عليها تتعلق بهذه الحدود تراجعاً نضطر فيه إلى التوقف عند الأفكار أو الحدود الأولية غير المعرفة التي تستخدم في البداية وحدها لتعريف غيرها الذي نستخدمه فيما بعد في عملية التعريف . وعند القضايا الأولية التي تقبل بدون برهان والتي تستخدم في البداية وحدها للبرهنة على غيرها الذي نستخدمه فيما بعد في عملية البرهنة . وهذه الأوليات التي توضع في بداية العلم بطريقة قبلية لتستخدم إذن في تشييد البناء كله بطريقة منطقية ، بحيث يعتمد صدق النظريات على صدق الفروض ، ما دامت قواعد الاستنباط قد طبقت بطريقة صحيحة[١] .

= Bouasse, De 12 methode dans 1es sciences, P.31 : Mouy, logique et la

فالحدود والقضايا الأولية هي أسس المعرفة الرياضية ولكن هذه القضايا تتميز إلى تعريفات وإلى فروض وتتميز الفروض عند بعضهم إلى مسلمات أو مصادرات أو مطالب وإلى بديهيات أو أفكار عامة .

ولنتكلم الآن عن هذه الأسس .

(أ) المعاني الأولية :

وهي الحدود التي يجب أن تقف عندها حركة التراجع الناشئة عن تعريف الحدود بما سبق تعريفه إلى أن نصل إلى معان نضطر إلى التوقف عندها واعتبارها نقطة بدء لا ترتد إلى غيرها . ولذلك تسمى باللامعرفات .

وعلى ذلك تنقسم المعاني الرياضية إلى معان معرفة ومعان أولية تقبل بدون تعريف . ويجب أن نلاحظ أن المعاني التي تختار على أنها أولية ، قد لا تكون غير قابلة بطبيعتها للتعريف . ولذلك قد يحدث أن يصبح المعنى الأولي في نظرية معينة معنى مشتقاً من غيره في نسق آخر . فالنقطة في هندسة إقليدس معنى أولي يظهر في تعريف الخط المستقيم ، وهي في بعض هندسات القرن التاسع عشر معنى مشتق من فكرة الخط المستقيم .

لكن هل هناك معان أولية غير قابلة بالفعل للتعريف كفكرة العدد مثلاً ؟ لو سلمنا بذلك لآمنا بوجود الحدس كأساس للرياضيات . فما هو موقف المناطقة إذن من هذه المسألة ؟ إن معظم المناطقة لا يسلمون بذلك ويتقدمون بتعريفات منطقية لفكرة العدد ، يرى

= philosophie des sciences PP. 16 – 17.

الحدسيون أنها تعريفات فاسدة ودائرة وقد تتساءل ما هو مصدر المعاني الرياضية سواء كانت معرفة أو غير معرفة ؟ هل هو الواقع التجريبي أو العقل التجريدي أو العقل الخالص ؟

يرى بعضهم أن المعاني الرياضية لا تصدر مباشرة من التجربة العينية المحسوسة فالعالم الواقعي المحسوس قد يوحي بضروب من الحدس ، غير أن هذه الحدوس يتم إعدادها في مستوى فكري بحيث لا يعود مديناً بشيء لحقائق العالم المحسوس سوى دفع ملكتنا الخالقة إلى التفكير وإلى الابتكار ولا تكتسب المعاني الرياضية قيمتها إلا من خلال التنظيم التجريدي الذي يدرس ما بين تلك الأفكار من علاقات وهي مجردة عن الأشياء . ويذهب إميل بوريل إلى أن هناك بعض المعاني لم تصدر عن الأشياء المحسوسة ولم توح بها الأشياء الحقيقية ، وذلك كالأعداد الخيالية والمتصاعدة وغيرها مما هو مجرد ابتكارات عقلية[1] ولكن هناك معان أخرى أوحت بها الأشياء الخارجية الواقعية . وذلك كفكرة الخط المستقيم والدائرة والبيضاوي وغيرها مما يجعلنا نؤمن بصدور بعض المعاني عن الحدس التجريبي .

(ب) التعريفات :

يقوم المرء في حركة التراجع سالفة الذكر بتعريف جميع المعاني بواسطة المعاني التي سبق تعريفها ، والتي قبلت بدون تعريف . وليس التعريف مبدأ بالمعنى الدقيق للكلمة ما دام المعنى الأولي

(١) Mouy, op. cit., PP. 81 – 83.

يسبقه سبقاً منطقياً ، إلى جانب ما قد يسبقه من حدود معرفة تستخدم في تعريفه . وعلى كل حال فإن التعريفات مع كونها نهاية تعتبر بداية لما يقوم عليها من تشييد[٢] أن التعريفات هي قضايا أولية تشرح المعاني غير الأولية بحدود المعاني الأولية . وهي تتأرجح في هذا الشرح بين المنطق والحدس . فهناك تعريفات تخلق صورة فترضي العقول الحدسية وتعريفات تربط الصور الفارغة المعقولة تعقلاً تاماً والتي سلبها التجريد كل مادة ، فترضي العقول المنطقية .

ويرى بوانكاريه وجوب الانتقال بالتعريف من الصور المحسوسة الى الصور العقلية حتى تجعله تعريفاً منطقياً دقيقاً . وهذا ما انتهى إليه هيلبرت في كتابه أسس الهندسة حيث يعرف النقط والمستقيمات والسطوح تعريفات منطقية خالصة ذلك أن التعريف المنطقي يلعب دوراً أساسياً في الاستدلال وفي البرهنة على النظريات . وكل تعريف لا يستخدم في الاستدلال ولا يؤدي إلى تحليل التصورات لا يكون له قيمة ، وعلى ذلك لا بد من أن يكون التعريف منطقياً ليكون دقيقاً وليكسب الاستدلالات التي يدخل فيها دقة[١] .

لقد بذل المناطقة من الرياضيين ، في سبيل الوصول بالرياضيات والتعريفات إلى درجة الدقة ، مجهودات كبيرة لدرجة أنه يقال : إن الرياضيات قد حسبت أي أنها أصبحت منطقية دقيقة خالية من الحدس . ولكن الحدسيين من أمثال بوانكاريه ، يرون أن ذلك عاد بضرر على الرياضيات فبمقدار ما كسبت من الدقة فقدت من

---

(١) Ibid., P. 84.

(٢) Poincaré La Science et la methode, PP. 123 - 129. (٢)

الموضوعية وهي الشيء المرغوب فيه إذا أردت التطبيق يوماً ما . ويصور بوانكاريه التطور الذي حدث بالنسبة للتعريفات قائلاً : « لقد عرفت قديماً الأشياء التي يشتغل بها الرياضيون بطريقة غير دقيقة ، وكان الفرد يعتقد أنه يعرفها لأنه يتمثلها بالحواس أو التصور ، ولكن ما كان لديه عنها إلا صورة غير محكمة وفكرة غير دقيقة لا يقوم عليها استدلال »[٢] .

وهذه الفكرة مكونة من عناصر متباينة بعضها قبلي وبعضها الآخر من التجربة وكان الفرد يعتقد أنه يعرف صفاتها الأساسية بالحدس . أما اليوم فإنه يرفض العناصر التجريبية أولاً ليستبقي العناصر الأولية . وهذه الصفات الأولية تستخدم كتعريف ، وكل الصفات الأخرى تستنبط منها باستدلال محكم . والاكتفاء بهذا لا يرضي الحدسيين فيقولون : هذا جميل ولكن يبقى علينا أن نبرهن على أن هذه الصفة التي أصبحت تعريفاً تخص الأشياء المادية التي تعرفنا التجربة بها والتي استخلصنا منها فكرتنا الغامضة الحدسية . ولكي نبرهن على ذلك نلجأ إلى التجربة أو نقوم بمجهود حدسي . وإذا لم نستطع البرهنة على ذلك صارت نظرياتنا دقيقة للغاية ولكنها عديمة الفائدة[١] .

فالحدسيون يرون أن نراعي الواقع في تعريفاتنا لنضمن الموضوعية . أما المناطقة فيرون أن يكون التعريف تفسيراً مختصراً يفي بقواعد المنطق الضرورية ومن الصعب أن نجد تعريفاً لهذه

---

(١) poincaré. la valeur de la science, P. 19.

(٢) poincare. la science et la methode. PP. 131 – 132.

الشروط المتعارضة أعني أنه يفي برغبتنا في أن نفكر بالصور وفي أن نفهم مكـان الفكرة الجـديدة بـالنسبة لمجمـوع العلم ووضعها في لنسقـه ، وبرغبتنـا في مراعـاة الواقـع وفي المحافـظة على قواعـد المنطق[1] . وكما أن الحدسيين يختلفون مع المنطقيين في إعداد التعريف فهم يختلفون معهم في تبـريره ، إذا يكتفي المنـاطقة في تبريره بإثبات أنه لا يتضمن تناقضاً بين حدوده ولا يؤدي إلى تناقض مـع الحقائق التي قبلت سـابقاً . وهـم يقبلون رأي ميـل : أن كـل تعريف يتضمن بديهية تؤكد وجود الشيء المعرف ، ولكنهم يؤولون إثبات الوجود إلى إثبات عدم التناقض[2] .

أما الحدسيون فلا يوافقون على هذا التأويـل ، لأن التعريفـات إنشاءات مكونة من أفكار بسيطة نحتاج فى تبريرها إلى الإجابة عن أسئلة كثيرة تخص سبب تجميع عناصرها على النحو المجتمعة عليه والدور الذي تلعبه في تطور العلم وفي اختصار استدلالاته وحساباته كما تحتاج عندما ترمز بكلمة أو كلمات إلى أشياء تبدو مختلفة ، إلاّ إن تبين أنها لا تختلف إلا في المادة ، وأنها تتطابق في الصورة[3] .

وبذلك يرى بوانكاريه أن التعريف يجب أن يمر بمرحلتين :

١ ـ مرحلة الإعداد والتبرير : وهنا يلعب الحدس دوراً كبيراً .

٢ ـ مرحلة الكمال : وهنا نعتمد على المنطق .

---

(١) Ibid., PP. 138 – 139.

(٢) Ibid., PP..138.

(٣) Ibid., P. 139.

والتعريف الرياضي في نظر بوانكاريه لا يصير منطقياً خالصاً ، ذلك لأن كل تعريف يتضمن لانهائية من التعريفات ، ما دام كل تعريف يعتمد على التعريف الذي يسبقه إلى أن تتوقف عند المعنى الأولي أو عند البديهية[1] فهو في أساسه حدسي .

إن الحدسيين إذن مع أنهم يرون وجوب أن ننتقل من التعريفات الحدسية (التي بالأمثلة وبإثارة الصور) إلى التعريفات المنطقية الدقيقة التي تعتمد عليها الاستدلالات والتي تتصف بالتبديل والترتيب والتوزيع ، إلا أنهم مازالوا يتمسكون بوجود الحدس في أساس التعريفات المنطقية .

أما المناطقة فيرون أن كل تعريف إنما يرجع إلى مساواة يكون الطرف الأيمن فيها هو الاسم الذي نعرفه ، ويعبر الطرف الآخر عن القيمة التي نحددها له . وذلك كما في التعريف الآتي : مشتقة الدالة ـ نهاية علاقة زيادات الدالة والمتغير[2] ولكن هذا التعبير يكون على نحوين : فإما أن نكون قادرين على أن نعبر عن الطرف الأول بدالة من العناصر المعروفة والمعرفة تمام التعريف ، وإما أننا لا نستطيع ذلك . وفي الحالة الأولى يسمى التعريف اسمياً ، وعندما لا نستطيع أن نعرف شيئاً تعريفاً اسمياً ، فإننا نقوم بتعريفه بالمسلمات أو بالتجريد . وذلك كأن نعرف مجموعة بالعلاقات المنطقية بين أفرادها ، أو نعرف فكرة بواسطة خصائص معينة للعملية المطبقة

---

(١) poincare, la science et l'hypothese, P. 16.

(٢) peano, a pud Bibliotheque du congres de philosophie, 1906 III, P. 279, cited'aptes Winter, lamethodans la philosophie desmathematiques P.6. Burali forti, Ibid., PP. 294 – 295. Winter, o-p. cit., P.1.

عليها ، دون أن نهتم بوجود هذه الفكـرة أو بوحـدتها . فنحن في التعـريفات الاسميـة نعرف الفكـرة بواسـطة تصورات معـرفة تمـام التعريف في حين أننا في التعريفات بالمسلمات أو التجريد ، نعرف خصـائص العمليات التي تجـري على الفكرة ، وهـذه الخصائص تستخدم في تعيين الفكرة وتعريفها . ولكننا لا نلجأ في كلا النوعين إلى مبدأ حدسي فيه تجاوز للعلم وتجاوز للمنطق .

وخلاصة رأي المناطقة هو أننا لا نعبر عن المعاني الرياضية في نوعي التعريف إلا باستخدام العناصر الرياضية والمنطقية . ويلاحظ أن من الممكن أحياناً أن نعرف المعاني التي عرفت بالتجريد تعريفاً اسمياً ، وقد قدم إلينا ويديكند وبيانو وكانتور عدداً من التعريفـات بالمسلمات ، وقـدم إلينا بـورالي فورتن وراسـل وكوتيـرا عدداً من التعريفات الاسمية . ويقول بورالي فورتن إنه عرف العدد ، وكذلك المقدار ، تعريفاً اسمياً منطقياً دون أن يلجـأ إلى أية فكـرة فلسفية تكون غير قابلة للتعريف . ومعنى ذلك أنه لم يلجأ إلى الحدس[1] فهل قبل الحدسيون ذلك ؟ وهل هذه التعريفات في نظرهم منطقية خالصة ؟ لسنا هنا في موضع تقدير وتقويم أو تقييم لهذه التعريفات المختلفة . وكل ما أريد قوله هو أن المناطقة يرون أن الـرياضيين يستطيعون أن يرجعوا جميع المبادىء الأساسية بواسطة التعـريفات الاسميـة والتعريفـات بالمسلمـات أو بالتجـريد إلى تـركيبـات من التصورات المنطقية الرياضية المعرفة تمام التعريف .

---

(١) Winter, op. cit., p.7.

(جـ) المسلمات أو المصادرات :

هي قضايا يطلب منا التسليم بها دون أن نطالب بالبرهان عليها . وقد تسمى بالمسلمات أو المصادرات أو الأصول الموضوعة . إن العالم الرياضي يتقدم إلينا مجموعة من المسلمات دون أن يبرهن عليها ، وإلا صارت نظريات ويطلب منا أن نقبلها حتى نقبل ما يستنبطه منها . فهل وجوب التسليم بها ، وضررة قبولها ناتجة ، كما يقول فردينان جولنسيت عن استحالة البرهنة عليها ، كما هو الحال بالنسبة لمسلمة أقليدس[1] أو أن ذلك لأنه فروض من الضروري أن نتوقف عندها ونفترض أوليتها وبالتالي عدم إمكان البرهان عليها لعدم إمكانية التراجع إلى ما لا نهاية ؟ إننا لو اعتقدنا أن كل المسلمات مستحيلة البرهان سواء في داخل النسق أو خارجه لكان ذلك تسليماً بكونها بديهيات ، على الرغم من عدم تمام وضوحها عند البعض وإذا اعتقدنا بإمكان البرهنة عليها اعتماداً على مسلمات أخرى يقوم عليها نسق آخر أو أنساق أخرى ، لكان ذلك مساوياً للقول بأن أوليتها ما هي إلا شيء مفترض ولكانت المسلمات مجرد فروض لا تقوم على أي حدس .

يتفق بوانكاريه ، وهو حدسي ، مع المناطقة على أن مصادرات العلوم الرياضية هي مجرد فروض ، ولكنها تختلف عن فروض العلوم الطبيعية التي تخضع للتحقيق التجريبي . فالفروض الرياضية هي اتفاقات أو مواضعات ، ولكن هذه المواضعات ليست تعسفية

---

(١) Mouy, op. cit, PP. 77 – 78, ferdinand, Gonesth, les Fondements des mathematiques, P. 11

فالتجربة ترشدنا إلى اختيار الملائم منها . كما أن هذه المسلمات ليست ملزمة لنا بقبولها ، فيمكننا أن نقبل غيرها مما نقيم عليه بناء آخر مختلفاً عن البناء الذي يقوم على المسلمات التي لم نقبلها فإن الفروض الرياضية أو المسلمات هي الأسس التي يقيم عالم الرياضيات نسقه الاستنباطي عليها . ومن ثم يقال إن العلوم الرياضية فرضية استنباطية[١] وهذا يعني أنها يقينية .

(د) البديهيات :

تعريف البديهيات هي أنها القضايا التي نقبلها بمجرد عرضها علينا بدون أن نطالب ببرهان عليها ، ونحن نؤمن بصدقها لشدة وضوحها إيماناً حدسياً أو هي القضايا التي بلغت بذاتها حداً من الوضوح المباشر يجعلنا نعجز عن الاهتداء إلى قضايا أشد وضوحاً منها لنبرهن بها عليها[٢] فهي قضايا غير محتاجة إلى أي برهان ولا تقبله ، ولذلك تسمى باللامبرهنات .

ويرى بعضهم أن البديهيات عامة وضرورية ، كما يصفها بعضهم بأنها تحليلية . . فهي عامة لأنها تستخدم في جميع العلوم التي تدرس فيها الأطوال والمقادير ، وهي ضرورية لأنها تعبر عن علاقات ضرورية بين مقادير معينة ، وهي تحليلية لأن محمولها متضمن بالضرورة في موضوعها .

ولقد اختلف الرياضيون في طبيعة البديهيات وحول ما يفصل بينها

---

(١) Mouy, op. cit., P. 78, Poincare, la science et l'hypothese, P.3.

(٢) Mouy, op. cit., P.77.

وبين التعريفات والمسلمات كما اختلفوا في عددها . فإقليدس رأى أنها اثنتا عشر بديهية ورأى لوجندر أنها خمس بديهيات ورأى الكسندر بين Bain أنهـا بـديهيتـان همـا الشيئـان المسـاويـان لشيء واحـد متسـاويان ، وحـواصل جمـع الأشياء المتسـاويـة متسـاويـة . أمـا الحدسيون فيرون أنها أحكام تركيبية قبلية ، وليس هناك ما هو أشد وضوحاً منها حتى تشتق منه .

وأما المناطقة فيرون أنها تطبيقات مباشرة لقواعد المنطق أو هي بالأصح قضايا مشتقة من مبدأي الذاتية وعدم التناقض . وهم يردون بديهية بين Bain الأولى إلى القضية الشيئان المتساويان متساويان ، أو إلى القضيـة ثلاثـة الأشياء المتسـاوية متسـاوية ، وليست هـذه إلا تعبيرات جديدة عن مبدأ الذاتية ، ومن ثم يأتي وصف البديهيات بأنها ضرورية وعامة ، وتلك خصائص مشتقة من مبادىء العقل ذاتها التي تنسب إليها هذه البديهيات ويـلاحظ الحدسيـون أن مبادىء العقـل تنطبق على الكم كما تنطبق على الكيف بينما لا تنطبق البديهيات إلا على الكم وحـده ، ومن ثم لا يـرون ردهـا إلى مبـادىء العقـل والمنطق .

٣ ـ مدى مشروعية التمييز بين البديهيات والمسلمات :

لقد ظهر لنا اختلاف كبير بين طبيعة البديهية وطبيعة المسلمة . فالبديهية قد توصف بأنهت تحليلية ، أما المسلمـة فهي تركيبيـة . والبديهية أشد وضوحاً من المسلمة ، وأكثر منها عمومية وضرورية . ولكن الرياضي عندما يشرع في استخدام هذه المبادىء في البرهنة على مختلف النظريات متبعاً قواعـد الاستنباط ، لا يشيـر إلى هذا التمييز بين طبيعة المسلمات وطبيعة البديهات . فالمسلمة وإن كانت

لا تفرض على عقلنا بوضوح مطلق تؤدي دور نقطة البداية المطلقة بيقين يماثل اليقين الذي تؤدي به البديهية الدور نفسه وعندما نسلم بالمصادرة ، يجب علينا اتخاذها أساساً مؤكدا بما لو كانت بديهية واضحة بذاتها . بل من الممكن أن نقيم نظريات معينة على مسلمات تصدم الحدس الساذج تضارع النظريات التي تقوم على البديهيات الواضحة وباختصار فإن البديهيات والمسلمات تؤدي الدور نفسه ومن ثم لا داعي للتمييز بينها لا تأثير له البتة في تركيب النظريات الرياضية ، لا سيما أن التفكير الرياضي الحديث يرى أن نقطة البداية المشروعة هي التي تصلح لتشييد علم خصب لا تناقض فيه ، حتى وإن كانت لا تنطوي على أية بداية ولذلك لا داعي لأن نحتفظ بكلمتين ، لكن نشير إلى قضايا تؤدي عملها بطريقة واحدة . إننا نجد العلماء يستخدمون كلمة بديهية حتى ولو تعلق الأمر بمسلمة النظام القديم . وقد فرضت كلمة بديهية الأوروبية نفسها على العلماء بما لها من مشتقات ليس أنها مرادفات تشتق من كلمة مسلمة[1] إن الرياضيين ينسبون إلى كلمة بديهية الآن المعنى الذي كان للمسلمة الإقليدية فليس المهم في الفكر الحديث إذن أن تكون القضية التي نسميها بديهية واضحة أو غير واضحة بذاتها بل المهم أن تمكننا ، دون أن تقيم البرهان عليها ، من البرهنة على غيرها من القضايا . وليس للبديهية الآن المعنى الذي كان للكلمة التقليدية . إننا لا نهتم بطبيعة القضايا الأولية بل نهتم بالوظيفة التي تؤديها وعدم

---

(١) Ibid., P. 78, G. Bouligard, les methodes mathematiques, cenrede documentation universitaire, P. 43.

اعتمادنا على وضوح المسلمات والبـديهيات جعـل في إمكاننـا أن تختار مجموعات مختلفة من البديهيات كلها تخضع لشروط معينة ، وجعل تعدد الانساق أمراً ممكناً وإذا كنا قد قمنا بـرد المسلمة إلى البديهية بمعناها الحديث فهذا الرد مشروع لما قدمنا من أسباب ، ولأن إقليدس نفسه واضع النسق الاستنباطي لم يفصل فصلاً جذرياً بين المسلمة والبديهية لدرجـة أن بعض البديهيـات نقلت وأدرجت تحت المسلمـات وبعض المسلمات وضعت تحت البـديهيات في الـطبقات المختلفـة لكتاب الأصـول نفسـه . فمسلمـة التـوازي ، ومسلمة تساوي الزوايا القائمة ومسلمة عدم إمكان خطين مستقيمين أن يحصـرا مكانـاً أحـدهـا في الـطبعـة التي تحت يـدي الكتـاب الأصول [1] ضمت البديهيات في حين أجدها في طبعة أخرى وفي كتـاب الهنـدسـات [2] قـد وضعت تحت المسلمـات . وعمليـة رد بديهيات إقليدس الثلاث إلى المسلمات له كما ذكرت سابقاً ما يؤيده في مخـطوطات إقليـدس ذاتها [3] ويـرجع السبب في عـدم فصـل إقليدس الجذري بين البديهيات والمسلمات إلى اعتماد إقليدس في تمييزه بينهما على الحـدس والوضـوح الذاتي . فهـو يؤمن بصدق البديهية بناء على حدسه لها ، وعلى ذلك فإن القضية الكل أكبر من الجزء التي اعتبرها إقليدس بديهية واضحة بذاتها تفرض نفسها على عقل الجاهل دون حجة أو دليل ، لأنها تعـرف بالحـدس ، فتقبل كبديهية بدون برهان . وقد ظهر بتدقيق النظر في الوضـوح الذاتي

---

(١) Mouy, op.cit., P. 79.

(٢) The Elements of Euclid, Ed., By Issac Tod Hunter.

(٣) GOdeaux, les geometries, P. 14.

للقضية أنها أمر مشكل ، وقد شك بعضهم في أن الكل أكبر من أي جزء فيه والقدرة على الشك في مثل هذه القضايا المألوفة يرجع إلى تصورية الفرد المنطقية ولعاداته الذهنية فما يكون موضوع معرفة حدسية عند شخص قد يكون موضوع استدلال بالنسبة لآخر ، وما يقبله الجميع قبولاً حدسياً قد يكون باطلاً ، وتاريخ العلم يزخر بالأمثلة[1] فقد علمنا الحدس أن هناك مشتقة لكل دالة متصلة . وذلك باطل .

ومن المعروف أن إقليدس قد طبق معيار الوضوح الذاتي على مسلماته أيضاً ؛ فقد كانت في نظره واضحة على أنها افتراضات آنيَّة ، وليست صادقة صدقاً مباشراً . وباختصار كان الحدس وما يتسم به من وضوح مصدر المسلمات والبديهيات على حد سواء ولذا صعب على إقليدس الفصل الجذري بينهما .

ولكن لما كان الحدس أحياناً خادعاً ، ولما كانت ضماناته غير مأمونة ولا يؤدي إلى يقين في جميع الأحيان ، تحول عنه الرياضيون ولم يعتمدوا عليه في اعتبار القضايا مسلمات أو بديهيات . فالقضية سواء كالنت واضحة أو غير واضحة تعتبر افتراضاً أو مسلمة إذا قبلت بدون برهان . ونحن نسلم بها بدون الاعتماد على الضرورة السيكلوجية وأعني الوضوح الذاتي وهذا المسلك لا يجنبنا فقط خطورة أن يعاني نسقنا غموضاً أو أن يتعرض للشك ، بل يعطينا أيضاً حرية في اختيار المسلمات ، لأننا لن نكون محصورين في نطاق القضايا الواضحة البسيطة التي يقبلها الجميع ؛ فمن حقنا أن نبدأ

---

(١) Susanne langer, An introduction ti symbolic logic, P. 184.

بقضايا معقدة تثير الدهشة تصدر عنها قضايا كثيرة بسيطة [١] ولذلك يفضل بعض الرياضيين ألا تستخدم كلمة بديهية ، حتى لا تختلط بالمعنى التقليدي للبديهية الإقليدية ، وهم يستخدمون كلمة مسلمة بمعنى يقترب من المعنى التقليدي لها ، دون أن ينسبوا لها أي وضوح ذاتي . فأية قضية من الممكن أن تعتبر مسلمة ، وأن يبدأ منها النسق ومن ثم كان النسق الرياضي فرضياً استنباطياً ، يفترض نقطة البداية افتراضاً .

وهذا التحول عن استخدام كلمة بديهية ، واستخدام كلمة مسلمة بدلها أو استخدام كلمة بديهية بمعنى يختلف عن المعنى التقليدي لها ، إنما هو تحول عن الحدس ، وعدم اعتراف باعتماد الرياضيات الحديثة في أسسها عليه . وهو التجاء إلى المنطق الذي بمقتضاه تصاغ البديهيات التي هي تعبيرات مختلفة عن مبادئه ولا يرضى الحدسيون عن ذلك ، فيحاولون أن يثبتوا أن الرياضيين من ذوي النزعة المنطقية يستخدمون ضمناً بديهيات لا يستطيعون ردها إلى المنطق كبديهية الاستقراء الرياضي وبديهية قابلية الرد ، ولو نجح الحدسيون في ذلك لاحتفظوا لكلمة البديهية بمعناها القديم بمكان بين الأسس التي تقوم عليها الرياضيات المعاصرة . ولو استطاع المناطقة رد هذه البديهيات إلى المسلمات المنطقية لسلمنا معهم بعدم وجود الحدس في أسس الرياضيات .

٤ ـ مدى مشروعية رد البديهيات إلى التعريفات :

بعد أن بينا مشروعية رد البديهيات إلى المسلمات أو رد

---

(١) Ibid., P. 184.

المسلمات إلى البديهيات أو بمعنى أصح بعد أن حاولنا التخلص من هذه الثنائية بين الأسس التي ورثناها عن إقليدس ، بل عن سابقيه من رياضيين ومنطقيين ، علينا أن نناقش مسألة أخرى هي مدى مشروعية رد البديهيات إلى التعريفات فهناك من يرى اختلافاً بينهما ذلك أن التعريف تركيبي والبديهية تحليلية كما أن التعريف قد يعرفنا بالماهية وبالطبيعة المعرفة ، أما البديهية فهي تعبر ببساطة عن علاقة محددة بين المقادير أياً كانت . وهناك من يرى أن كل بديهية هي عبارة عن تعريف مباشر ، وقد ذهب الفيلسوف والرياضي الفرنسي لويس كوتيرا Couturat (١٨٦٨ ـ ١٩١٤) في بيان هذا الرأي الأخير إلى التمييز بين نوعين من التعريفات هي التعريف المباشر والتعريف بالمسلمات لا ينطبق على فكرة واحدة بل على نسق من الأفكار وينحصر في إحصاء العلاقات الأساسية التي تجمع بينها والتي تسمح بالبرهنة على جميع الخصائص ، وهذه العلاقات هي المسلمات . فإذا عرف الفرد جميع هذه الأفكار إلا واحدة فعندئذ تكون هذه الأخيرة بالتعريف الشيء الذي يحقق هذه المسلمات ولكننا ننتقل في التعريفات من معنى إلى آخر خلال حركة متراجعة مستمرة إلى أن نقف عند معنى نعتبره أولياً نعرف به غيره تعريفاً مباشراً وكل التعريفات التي تترتب على هذا التعريف هي : تعريفات بالمسلمات . وليست البديهية في رأي كوتيرا إلا ذلك التعريف المباشر وقد استنتج أن بعض بديهيات إقليدس ومسلماته غير القابلة للبرهان تعريفات مقنعة ، وبذلك نجد التعريف تحت البديهية . ويشارك كوتيرا في هذا الرأي جميع الرياضيين ذوي النزعة المنطقية من أمثال فريجه الذي يعتبرون البديهيات تعريفات ضمنية . ولكن الحدسيين من أمثال بوانكاريه لا

يوافقون على رد جميع البديهيات إلى التعريفات . ولينقد بوانكاريه رأي المناطقة يلجأ إلى مناقشة ستيوارت ميل الذي يرى أن كل تعريف يتضمن بديهية تؤكد لنا وجود الشيء المعرف ، ويستنتج من ذلك أنه لن تكون البديهية عندئذ تعريفاً مقنعاً . ولكن التعريف هو الذي سيكون على العكس بديهية متخفية(1) .

ولكن بوانكاريه يؤول كلمة الوجود إلى الخلو من التناقض ليبعدها عن المعنى المادي والتجريبي الذي أراده لها ميل ، لأن الرياضيات مستقلة عن وجود الأشياء المادية . فكلمة الوجود ليس لها عندما تخص كياناً رياضياً نفس المعنى الذي لها عندما تخص شيئاً مادياً فالكائن الرياضي يكون موجوداً ما دام تعريفه لا يتضمن تناقضاً سواء في ذاته أو مع القضايا التي قبلت سابقاً(2) .

فإذا كنا لا نستطيع أن نبرهن على عدم تناقض التعريف ، وجب أن نقبل عدم تناقضه كبديهية بدون برهان(3) ولكن بوانكاريه يلاحظ أن بعض التعريفات يتضمن بديهيات خلاف التي تقرر وجود الشيء المعرف أن الخلو من التناقض منها قبول إمكان نقل شكل بدون تشويه على طريقة الأجسام الصلبة(4) .

لقد بين بوانكاريه إذن للمناطقة أن هناك بديهيات متضمنة في

---

(1) Poincaré, La Science et la methode, PP. 161 – 162, La Science et l'hypothésc, PP. 38 – 39.

(2) Poincaré, la science rt la methode, PP. 161 – 162, la science et la methode, P. 162.

(3) Poincaré, la science et la methode, P.162.

(4) Poimcaré, la science et l'hypothese, P. 60.

التعريفات فإذا أراد المناطقة أن يردوا المسلمة إلى التعريف ، وأن يجعلوا من البديهية تعريفاً مباشراً ليقضوا على حدسية الأسس فإنهم سيقابلون البديهية من جديد تحت التعريف[1] .

ويلاحظ أن بوانكاريه لم يكن حازماً في رأيه ، فقد قبل رد البديهية إلى التعريف وإلى الاتفاق فيما يخص بديهيات الهندسة دون بديهيات الحساب ، وبذلك عاد مرة أخرى إلى التمييز بين نوعين من البديهيات مع أنه يأخذ لفظ مسلمة ولفظ بديهية بمعنى واحد ويستخدم كلمة بديهية للدلالة على مسلمات إقليدس وبديهياته ، إلا أنه يميز بين بديهيات الحساب وبديهيات الهندسة ، فبديهيات الحساب في نظره أحكام تركيبية قبلية وليست اتفاقات أو تعريفات وهي غير مستعارة من التجربة أو البرهنة وليست اتفاقاً إنها خاصية للفكر ، فلا نستطيع أن نتخلص منها وعدم استطاعتنا رفضها يرجع إلى طبيعة فكرنا ذاته . فبديهية الاستقراء الرياضي لا يرى فيها بوانكاريه اتفاقاً ، بل حكماً تركيبياً قبلياً يرجع إلى مقدرة فكرنا على التكرار اللانهائي لشيء واحد بعينه[2] أما بديهيات الهندسة فليست أحكاماً تركيبية قبلية فلو كانت كذلك لفرضت علينا بقوة، بحيث لا نستطيع أن ندرك القضية المضادة ولا أن نبني عليها بناءً نظرياً، ولن يكون هناك هندسة غير إقليدية كما أنها ليست وقائع تجريبية، إنها اتفاقات لا تعسف فيها. وان اختيارنا بين جميع الاتفاقات الممكنة ترشده وقائع تجريبية. لكنه يبقى حراً، ولا يكون محدوداً إلا بضرورة

---

(١) Poincaré, la science et la methode, P. 162.

(٢) Poincaré, la science et l'hypothese, PP. 13 – 28.

تلافي كل تناقض . وهكذا يمكن أن تظل المسلمات صادقة صدقاً تاماً حتى عندما لا تكون نفس القوانين التجريبية التي حددت تبنيها الا تقريبية(١) فبديهيات الهندسة ليست إلا تعريفات مقنعة واتفاقات وفروض ترشدنا التجربة في اختيار الملائم منها ، لكونه بسيطاً ولأنه يؤدي بنا إلى التنبؤ بجميع الحالات المشابهة المتوقعة ، والفرض وليد الفكر ، والفكر له حرية اصدار فروض بشرط ألا تكون متناقضة في ذاتها أو مع غيرها مما قبل سابقاً ، والفرض صادق دائماً ، وعلينا أن نسلم به تسليماً دون أن نحاول البرهنة عليه وهو صادق لأني أنا الذي وضعته وحكمت عليه بالصدق حين اخترته لأنه ملائم(٢) . ويرى بوانكاريه أن الميكانيكا تشارك الهندسة في الخاصة الاتفاقية ، ولكن مع فارق وحيد فالميكانيكا علم تجريبي إلى جانب أنه علم استنباطي يعمل على أشياء طبيعية أو بأشياء معملية مشابهة للأولى واتفاقاتها تعميمات طبيعية مباشرة للمبادىء الخاصة التجريبية . أما الهندسة فليست علماً تجريبياً ولم تخرج من التجربة ، وليست اتفاقاتها تعميمات مباشرة لتجارب تعمل على أشياء مخالفة لما تدرسه الهندسة(٣) .

لقد اتفق كوتيرا وبوانكاريه في شيء واحد هو رد بعض البديهيات إلى التعريفات وان كان غرض كل منها مختلفاً عن الآخر ، فكوتيرا أراد أن يقلل من الأسس التي تبنى عليها الرياضيات ، وأن يقضي

---

(١) Ibid., PP. 3,66.

(٢) Poincaré, la Valeur de science, P. 225.

(٣) Poincaré, la science et l'hypothese, PP. 163 – 165.

على ثنائية موجودة بين أسس الرياضيات وأن يخلصنا من فكرة ما يحيط بها من غموض بسبب انتسابها إلى الحدس . وأما بوانكارية فقد حاول هو الآخر أن يقضي على الثنائية بشرط ألا يضحي بالحدس وبديهياته التي من أهمها بديهيه الاستقراء الرياضي . فظهرت عنده ثنائية رياضية شاملة في أسس العلم البحت . إذا ميز بين بديهيات الحساب وبديهيات الهندسة . وثنائية في أسس الرياضيات البحتة والتطبيقية ، إذ ميز بين بديهيات الهندسة وبديهيات الميكانيكا . وثنائية أخرى في المنهج فقد جعل للهندسة منهجاً خاصاً بها هو المنهج الفرضي الاستنباطي ، وجعل للحساب منهجاً آخر ، هو المنهج الاستقرائي ؛ وإن كان هذا المنهج الأخير يستخدم في الهندسة أيضاً لاعتماد الهندسة على التحليل واعتماد التحليل على الحساب وكان الأولى ببوانكاريه أن يقضي على هذه الثنائية وأن يوحد أسس الرياضيات متمشياً مع الروح العلمية المعاصرة ، التي جعلت للرياضيات أسساً منطقية دقيقة هي المسلمات أو البديهيات بوصفها فروضاً توضع في بداية العلم وتشتق منها النظريات باستخدام التعريفات وقواعد الاستنباط . وبوانكاريه لم يستطع ذلك لكونه حدسياً ، يعز عليه أن يضحي بالحدس لحساب المنطق والدقة المنطقية .

وإذا كان بوانكاريه من الحدسيين الذين قالوا بثنائية بين أسس الرياضيات ، ومن الذين رفضوا التوحيد بين أسس الهندسة وأسس الحساب ، ومن الذين رفضوا رد جميع البديهيات إلى التعريفات ، فهناك من المناطقة من سار في هذا الاتجاه مع اختلاف في الوضع ، ففريجه يرى أن بديهيات الهندسة أحكام تركيبية قبلية وأنها تعتمد

على الحدس ، أما بديهيات الحساب فهي حقائق تحليلية لا شأن لها بالحدس إذ هي تعتمد على المنطق وقد استند في ذلك إلى أن حقائق الهندسة مستقلة الواحدة عن الأخرى . ومن الممكن حذف بعضها وإقامة هندسات مخالفة على بعضها الآخر . أما حقائق الحساب فليست مستقلة بعضها عن بعض . ولذا فهي تعتمد على المنطق ومن الممكن اشتقاق بعضهما من بعض بقواعد المنطق . ولقد ذهب إلى أن بديهيات الحساب تعريفات ضمنية ، أما بديهيات الهندسة فهي حقائق حدسية ، فإن رد البديهيات إلى التعريفات إنما هو جانب من معركة بين الحدسيين الذين يرون أن الحدس ما زال قابعاً في أسس الرياضيات والأخص الحساب وفي منهجها والمنطقيين الذين يحاولون القضاء على كل ما هو حدسي في الرياضيات ، سواء في أسسها أو في منهجها .

٥ ـ صفات نسق البديهيات وخصائص مسلماته :

ولكن إذا كان الرياضيون الآن قد وحدوا الأسس ، وجعلوها افتراضات سموها مسلمات أو بديهيات وضعوها في أول عملهم على صورة قائمة يسميها بعضهم نسق البديهيات ، ويسميها آخرون مجموعة المسلمات فما هي صفات هذا النسق ؟ وما هي صفات مسلماته ؟

أما المسلمات فيشترط فيها ما يلي :

١ ـ أن تكون تابعة للنسق ، أي يمكن التعبير عنها كلية بلغة النسق .
٢ ـ أن تتضمن قضايا أخرى من النسق .

٣ ـ ألا تكون متناقضة مع قضية أخرى سبق قبولها أو مع قضية متضمنة في مسلمة أخرى .

٤ ـ ألا تكون هي نفسها متضمنة في مسلمات أخرى مقبولة في النسق متجمعة أو متفرقة(١) أما الصفة الأولى فهي التي تعرف بخاصية الانسجام أو كمال التعبير فكل قضية في النسق يجب أن تتسق مع القضايا الأخرى في بناء تصوري(٢) تكفي لغته ورموزه للتعبير عن جميع ما ينسب إليه من قضايا .

أما الصفة الثانية فهي خاصية الاضافة . فإذا لم تتضمن مسلمة قضايا أخرى فإنها لن تضيف شيئاً خلاف الحقيقة التي تقررها وهذا مسموح به . ولكن نسقاً لا يحتوي إلا على مثل هذه الافتراضات العقيمة لا يمكن أن يكون استنباطياً . ولا يصحّ أن نسمي قضاياه الأولية بالمسلمات ما دام لن تستنبط منها نظريات . وبذلك فان خاصية الاضافة معيار هام لجودة المسلمة(٣) فإذا أدى النسق الجديد إلى تناقض كان ذلك دليلاً على أن النسق يتضمن تلك النتيجة . وإذا لم يؤد إلى تناقض فليس ذلك دليلاً كافياً للبرهنة على عدم تضمن النسق لهذه النتيجة .

وأما الصفة الثالثة فهي خاصية عدم التناقض . وهي مطلب غاية في الأهمية فالقضيتان اللتان تناقض كل منهما الأخرى لا يمكن أن يقبلا في نسق واحد بعينه فتناقض النسق أمر في غاية الخطورة ، فإذا

---

(١) Susanne langer, op. cit., P. 185.

(٢) Ibid., P. 185.

(٣) Ibid., PP. 185 – 186.

كـان عدم الاضـافة أو العقم يتلف الـطابع الاستنبـاطي للنسق فإن التناقض يقضي عليه تماماً[1] .

ولذلك لا يتصور أن يبدأ الرياضي من قضيتين متناقضتين ، ولكن التناقض قد يكون مستتراً ، وعندئذٍ يجب الكشف عنه وإقامة البرهان عليه .

فإذا كان النسق يحتوي على بديهيتين متناقضتين ، فمن الضروري أن يؤدي إلى نـظرية ونفيهـا . فإذا وصلنـا إلى تناقض في مجـرى الاستنباط نستطيع أن نؤكد أن هناك تناقضاً بين البديهيات ، وإذا لم نقابل التناقض فليس ذلك دليلاً كافياً على عدم تناقض البديهيات فقد تكون الاستنباطات غير كافية لاكتشاف التناقض أو يكـون المستدل غير قادر على اكتشافه .

أما الصفة الرابعة فهي خاصية الاستقلال . وهي تقضي بألا تقع بديهيتين تعتمد إحداهما على الأخرى لما في ذلك من مخالفة ماهية النسق فإذا أمكن استنباط بديهية من البديهيات الأخرى كانت نظرية لا بـديهية . أمـا إذا لم يمكن استنباطهـا على الاطلاق فـإنهـا تكـون مستقلة . ويكون البرهـان على ذلك بـأن نفحص باقي البـديهيات ونفرض
البديهية المراد اثبات استقلالها فإذا تضمن النسق تناقضاً في ذاته أو مع النظريات المؤلفة من هذه البديهيات فان البديهية المذكورة تكون غير مستقلة عن الأخريـات[2] بل من الممكن أن تستنبط من هـذا

(١) Quine, Methods of logic, Routledge, 1966, PP. 113 – 114.

(٢) Mouy, op. cit., PP. 80 – 81.

النسق المتناقض أما إذا لم يتضمن النسق تناقضاً في ذاته أو مع النظريات الصادرة عن باقي البديهيات ونفي البديهية ، فإن ذلك ليس كافياً لكي نؤكد استقلال البديهية . ولذلك قد يلجأ الرياضي إلى أن يثبت استقلال بديهية ما بأن يحاول أن يجد مثالاً هو نظرية مقررة ، تتحقق فيها جميع البديهيات فيما عدا البديهية المراد إثبات استقلالها(١) ولكن ليس في امكان الرياضي دائماً أن يجد مثل هذا المثال الذي تتحقق فيه جميع البديهيات إلا واحدة .

على كل حال فإن عدم استقلال المسلمات ليس أمراً خطيراً ، فإذا وضعنا فرضاً وأمكن استنباطه من المسلمات ، فإنه يكون بذلك نظرية ، ولا يكون فرضاً ولا يؤثر ذلك على القيمة المنطقية للقضية . فنحن الذين نفترض ما كان من الممكن البرهنة عليه ونحن الذين نبرهن ما كان من الممكن أن يفترض ولكن اعتباراً ما يمكن برهنته في نسقنا مسلمة هو خطأ منهجي ليس فيه خطورة على النسق ما دامت الاستنباطات التي تبدأ من النظريات لها دقة وكمال الاستنباطات التي تبدأ من المسلمات(٢) .

ومن الممكن أن نضيف إلى ما تقدم صفات تخص النسق بأكمله منها خاصية التشبع . ويكون نسق البديهيات مشبعاً إذا لم يكن من الممكن من أجل الكمال أن يضاف بديهية مستقلة أخرى إلى بديهياته بدون أن يؤدي ذلك إلى تناقض النظرية . وقد حاول الرياضيون بتحليل النظريات الرياضية تحليلاً عقلياً الإتيان بأنساق كاملة . غير

---

(١) Ibid; P. 81.

(٢) langer, op. cit., P. 86.

أن هذه الصفة ليست ضرورية ليكون النسق مكوناً تكوناً سليماً . فهناك نظريات عديدة مقبولة ولا تتسم بهده الصفة[1] والمهم أن تكون المسلمات وما يصدر عنها من نظريات كافية للبرهان على جميع قضايا النسق ونظرياته وقواعده المشتقة .

إننا إذا تأملنا أنساق البديهيات التي يقوم عليها الحساب والهندسة وتأملنا المعايير التي وضعت لاختيار مدى صلاحية هذه الأنساق لظهر لنا اهتمام الرياضيين بتحقيق أكبر قدر من الدقة المنطقية . وأول من فتح باب الأبحاث في نسق البديهيات هو الرياضي الألماني دافيد هيلبرت (١٨٦٢ - ١٩٤٣) الذي تجمعت حوله مدرسة اهتمت اهتماماً كبيراً بمشكلة أسس الرياضات وعدم تناقضها .

ولقد قام بسبب مسألة عدم التناقض نزاع كبير بين المناطقة والحدسيين فالمناطقة أرادوا أن يقيموا أنساقاً رياضية منطقية دقيقة تتصف بالكمال وبالخصوبة وعدم التناقض وغيرها ، ولكنهم لا يستطيعون أن يثبتوا خواص هذه الأنساق من كمال وخصوبة واستقلال إلا بالاعتماد على اثبات عدم تناقض النسق . وهذا الاثبات لا يكون إلا بالبرهان على عدم تناقض جميع ما يصدر عن المسلمات من نظريات . ولكن هذا البرهان مستحيل لأن لا شيء يضمن لنا عدم تناقض النظريات التي لم نقم باستنباطها . لذلك لجأ بعضهم إلى فرض عدم تناقض المسلمات اعتماداً على عدم تناقض ما يستنبطونه منها ، أو أنهم قاموا بتعميم غير مشروع في نظر الحدسيين .

---

(١) Mouy, op. cit., P. 81.

ويرى الحدسيون أن برهان عدم التناقض ممكن إذا اعتمدنا على بديهية الاستقراء الريـاضي الذي ينقلنـا من الحالات المنتهيـة إلى الحالات اللامنتهية وبذلك يضمن لنا عدم تناقض النسق ما دمنا لم نقـابل التنـاقض بعدد محـدود من الاستنباطـات . ولكن المناطقـة يرفضون التسليم بكوف الاستقراء الكامل بديهية حدسية ، ويـرون أنها تعريف للعدد يعبر عن الخاصية الوراثية فيه .

٦ ـ النظريات وطريقة البرهنة عليها :

النظرية هي قضية متضمنة في مجموعة من القضايا سبق أن سلم بها أو برهن عليها خلال النسق ، وقـد تنتج النـظرية عن أكثـر من مجموعة ممكنة من المقدمات ولا يمكن أن تنتج نظريات ينـاقض بعضها بعضاً عن مسلمات بينها توافق أو عدم تناقض . فمهما اتسع النسق ، ومهما بعدت النظرية عن الافتـراضات الأصليـة فإن هـذه الافتـراضات هي المقـدمات النهـائية للنـظريات ، فـإذا تعـارضت نظريتان في النسق ، ولم يكن هناك أخطاء فى عملية الاستنباط فإن المسلمات، مهما ظهرت واضحة وبسيطة وغير متعارضة، لا بد من أن تكون متناقضة ، لأن القضايـا غير المتعـارضة لا يمكن أن تتضمن قضايا متناقضة ، ولذلك تعتبر النظريات أو القضايا المشتقة بمثـابة معيار لمجموعة المسلمات . فإذا كانت المسلمات عديمة الإضافة ، فلن ينتج عنها نظريات ، وإذا كانت غير مستقلة أنتجت نـظرية أو نظريات متـطابقة مـع مسلمة أو مسلمـات لم تستخدم في البـرهنة عليها . وإذا كانت تتضمن بعض التعارض الخفي ، فإنها لا بد من أن تؤدي في لحـظة من الاستنباط إلى نتـائج متنـاقضـة على نحـو

صـريح[١] ولكن هـذا المعيار لا يعتبـر في البرهنـة على استقـلال المسلمات وعدم تناقضها وعدم اضافتها وعدم تشبعهـا إلا بشرطين هما أولاً التسليم بكفاءة المستدل واستطاعتـه استنباط التنـاقض إن كانت المقدمات من الممكن أن تؤدي إليه ، ثانياً الاستناد إلى مبدأ الاستقراء الرياضي الكامل . يشترط في النظرية أن تكون على عكس المسلمة المستقلة ؛ أعني ألا تحتوي على شيء غير ممكن البرهنة عليه داخل النسق ، فلا يكفي أن تتضمن شيئاً بل يجب أن تكون متضمنة في قضية أو قضايا غير ذاتها كما يجب ألا تحتوي على شيء لم يسبق وضعه بصراحة بين المسلمات[٢] ولم يبرهن عليه .

وهناك مسألة تتعلق بمناقشة النظريات ، وهي مسألة كيفية البرهنة عليها . فهل نحن نقوم للبرهنة عليها بتحليل أو بتركيب أو بتحليل وتركيب معاً .

أما التحليل فهو انتقال من المشروط إلى الشروط ، ومن النتائج إلى المبادىء ، ومن النظريات إلى المسلمات والمبرهنات ، إذ هو يقوم بربط القضية المراد البرهنة عليها بحقائق قد سلم بها أو برهن عليها سابقاً ، مما صار واضحاً ومقبولاً متنقلاً بذلك من المركب إلى البسيط على نحو تراجعي صاعد .

وأمـا التركيب فهـو الانتقال من الشـروط إلى المشـروط ، ومن المبادىء إلى النتائج ، ومن المسلمات والقضايا التي سبق البرهان عليها إلى النظريات ، ومن البسيط إلى المركب ، على نحو تقدمي نازل .

---

(١) langer, op. cit, PP. 186 – 187.

(٢) Ibid., P. 187.

ويلاحظ أن الهندسة تسير في الغالب سيراً تركيبياً ، وأن الجبر يسير في الغالب سيراً تحليلياً ؛ لذلك صار من المألوف لدى الرياضيين أن يسموا البراهين التي تقوم على إعتبارات هندسية باسم البراهين التركيبية ، ويسموا البراهين التي تقوم على الحساب الجبري باسم التحليل ، مع أن كلاً من المنهجين لا يستأثر وحده بمجال أي منهما . وعلى الرغم من أن علماء الهندسة المحدثين يعتمدون على التحليل الجبري ويرون أفضليته لأنه يمتاز بأنه يحول الاستدلالات إلى عمليات شبه آلية ويوصل إلى نتائج بعيدة عن مثال التركيب الهندسي مما يجعله خصباً إلا أن بعضهم يرى ألا نهجر الاعتبارات الهندسية ، لأنها تجعل العمليات العقلية للتحليل محسوسة بواسطة أشكال هندسية فيسهل ادراكها وتكون أكثر تشويقاً في متابعتها .

ولقد استخدم القدماء كلاً من التحليل والتركيب في الهندسة ، ولقد حفظ لنا الرياضي اليوناني بابوس (القرن الثالث ـ القرن الرابع) التمييز بينهما حيث يقول : « إن التحليل هو العملية التي تبدأ من الشيء المطلوب الذي نفترض صدقة ، وتنتهي بعد سلسلة من النتائج ، إلى شيء قد عرف أو أدرج في عدد من المبادىء التي قبلت كحقائق وعلى هذا النحو نصعد بواسطة هذا المنهج من حقيقة أو قضية إلى مقدماتها ونحن نطلق على هذه العملية اسم التحليل ، لكي ندل على أننا بدأنا من الحل نفسه. أما في التركيب فنحن على العكس ننتقل من القضية التي تنتهي إليها التحليل ، ونقوم بترتيب المقدمات التي تظهر في المنهج التحليلي كنتائج وفقاً لطبيعتها ، ونؤلف بينها حتى نصل إلى النتيجة المطلوبة » .

ونحن في التحليل نفرض ـ كما يقول بابوس ـ أن القضية المقترحة صادقة ، ثم نتابع استخلاص النتائج المترتبة على فرضنا ، حتى نصل إلى شيء معروف سابقاً ، فإذا كانت النتيجة صادقة كانت القضية أيضاً صادقة ونحن نحصل على برهان مباشر عليها بأن نعرض الأجزاء المختلفة للتحليل في نظام عكسي ، فإذا كانت النتائج النهائية التي نصل إليها باطلة فإننا نكون قد برهنا على كون القضية الموضوعة باطلة[١] ويقول بابوس في موضع آخر « نحن نبدأ في التحليل من النوع النظري بافتراض صدق الشيء المطلوب ، ثم نتأمل النتائج التي تستنبط منه ، والتي يجب أن تكون صادقة بمقتضى الفرض ، حتى نصل إلى شيء ما معلوم فإذا كان هذا الشيء صادقاً ، كان الفرض صادقاً كذلك ، ويكون البرهان في عكس اتجاه التحليل »[٢] .

ولقد ذكر لنا بابوس أن اقليدس وأبولونيوس وأيريستيه Aristee (القرن الثالث ـ الثاني ق . م) وايراتوسطين Eratosthene (٢٧٦ ـ ١٩٦ ق . م) قد قاموا بتحليلات في الهندسة . وقد طبقت المدرسة الأفلاطونية أيضاً المنهج التحليلي في الهندسة . وأننا نجد ڤييت Viete مكتشف الجبر الحديث يشرح في كتابه مقدمة في الفن التحليلي ، معنى التحليل والتركيب ذاكراً أن أفلاطون قد طبق هذا المبدأ بناء على شهادة ثيون Theon الإسكندري في (القرن الرابع)

(١) Pappus, collections mathematiques, 7 elvers, introduction.

(٢) cite d'apres Duhamel, ⅓a Methode dans les sciences de raisonnement, p.40.

يقول ڤييت « هناك منهج للبحث عن الحقيقة في الرياضيـات يعتبر أفلاطون مكتشفه ، سماه ثيون التحليل وعـرفه بـأنه اعتبـار الشيء المطلوب كما لو كان معطي والسير من نتائج إلى نتائج حتى نتحقق من صدق الشيء المطلوب . وعلى العكس يعرف التركيب بأنه البدء من الشيء المعطى والانتقال من نتائج إلى نتائج حتى نجد الشيء المطلوب »[1] .

لقد استخدم القدماء إذن التحليل والتركيب في الهندسة ، ولكنهم مع ذلك يعتبرون التحليل طريقة لاكتشاف الحل ، أما البرهان فيكون على نحو تركيبي . وقد استخدموا نوعين من التحليل :

أ ـ تحليل مباشر : يبدأ من القضية نفسها ، ويفترض صدقها ويقوم بتحليلها إلى أن يصل المبادىء المقبولة ، فيبدأ منهـا ليبرهن على صدق القضية . وإذا وصل إلى ما يتعارض مع هذه المبادىء رفض القضية المفترضة .

وقد يعترض على هذا التحليل بأن صدق القضية التي نصل إليها لا يبرهن على صدق القضية التي نبدأ منها ؛ لأن القضايا الصادقة قد تنتج عرضاً من القضايا الكاذبة ولكن هذا الاعتراض ينتهي بعد أن نبدأ من القضية الصادقة التي وصلنا إليها لنبرهن على صدق القضية التي بدأنا منها .

ب ـ تحليل غير مباشر يقوم بالبرهنة على صـدق القضية نفسهـا بالبرهنـة على كذب نفيهـا . بافتـراض أن هذا النفي صـادق ، ثم

---

(١) cite d'apres laurent, langande Encyclopedie francaise, T2P. 912.

يستنتج منه نتائج يجد أنها تتعارض مع القضايا التي سبق قبولها فيضطر إلى رفض الفرض وبالتالي إلى التصديق بالقضية الأصلية أما إذا أدى هذا الافتراض إلى قضية صادقة ، فإن ذلك لا يبرهن على صدق الفرض وكذب القضية الأصلية .

وقد اعتمد القدماء على التركيب للبرهنة على ما وصلوا إليه بالتحليل لأن التركيب يمتاز كما يرى لابلاس Laplace (١٧٤٩ ـ ١٨٢٧) بأنه يلاحق هدفه دائماً ويوضح الطريق الذي يوصل من البديهيات الأولى إلى النتائج الأخيرة التي تصدر عنها . ومع ذلك يمكننا القول أن المنهج التحليلي الذي يكون محصوراً في نطاق المسألة يمتاز بأنه لا يبعد عن هذا ولا يضل في الاستدلالات غير المفيدة ، وهو كعملية للاكتشاف مباشر بدرجة أكبر . أما التركيب فهو أكثر تعرضاً لأن يبعد عن المسألة وأن يتخبط ، وأن يتبع طرقاً لا مخرج لها أو تؤدي به إلى نتائج أخرى غير التي يبحث عنها . وان سيره غير يقيني بدرجة أكبر ، وأكثر مخاطرة . ولكن عندما لا يكون لديه هدف ايجابي إلا استنباط النتائج التي يتضمنها مبدأ خصب ، يصل إلى اكتشاف نواح جديدة وحلول لمجموعة من المسائل غير المتوقعة التي تتوالد تحت أقدامه أما عندما يقصد حلاً معيناً فإنه قد لا يصل إلى هدفه ، مع أنه يقابل في طريقه إجابات وحلولاً لمسائل أخرى .

ومع أن كلاً من المنهجين طبيعي كالآخر ، إلا أن التركيب يبدو متفقاً مع سير الأشياء أنفسها ، لأنه ينتقل من المبادىء إلى النتائج ومن العلل إلى المعلومات ولذلك فهو منهج منتج للبرهان على وجه الكمال فعندما يتوصل إلى الحقيقة وعندما يكون الأمر متعلقاً بالبرهنة

عليها أو لنقلها إلى الغير ، يكون سيره أكيداً ومباشراً بعد أن عرفت العلاقة بين نقطة البداية والهدف . وهذا الطريق يكون أكثر اختصاراً من طريق التحليل . كما أن التركيب هو المنهج المستخدم في التعليم ، ولذلك يستخدمه العلماء في عرض مكتشفاتهم وليس معنى ذلك أن طريقة التعليم تخلو من كل شيء تحليل ، ان التحليل يختص بدرجة أكبر من التركيب باكتشاف الحقائق الرياضية والتركيب يختص بدرجة أكبر من التحليل بالبرهنة على هذه الحقائق التي توصلنا إليها(١) .

وباختصار ما في كلّ من هذين المنهجين لا يستبعد الآخر ، بل يسنده وكل منهما يفيد الآخر في تحقيق ما توصل إليه والبرهنة عليه ، ولا غنى عنهما في الاستدلالات والبرهنة على النظريات الرياضية من جبرية وهندسية .

٧ ـ علاقة صدق المسلّمات والنظريات بصحة النسق :

إن القضية المستنتجة أو المتضمنة لا بد في كل استدلال صحيح ، من أن تكون صادقة إذا كانت المقدمات التي تصدر عنها أو تشتق منها صادقة ، أما إذا كانت هذه المقدمات كاذبة فإن القضية المتضمنة فيها أو التي تشتق منها قد تكون صادقة أو كاذبة ، ولذلك

---

(١) Dugald Stewart , philosophie de l'esprit humain, trad parpeisse, T2, PP. 228 – 268. Frank, Dictionnaire des sciences philosophiques, P. 59 La grande Encyclopedie francaise, Tome 23, PP. 396 – 397 Tome 2, PP. 912 – 913. Dictionnaire et Encyclopedie universelle, Tome 1, PP. 111 – 112.

لا نستطيع القول إن للنظريات قيم صدق المسلمـات ولكن يمكننا القول إنها صادقة إذا كانت المسلمات صادقة[1] .

ولكن كيف نعرف إن كانت البديهيات أو المسلمات صادقـة أو كاذبة ؟

ليس لدينا معيار منطقي للتمييز بين البديهيات الصادقة والبديهيات الكاذبة ، وليس هناك اختلاف صوري أو بنائي بين القضية التي تعبر عن واقعة والقضية التي تعبر عن حالة متخيلة . فليس لدينا أي ضمان منطقي لصدق المسلمات ولذلك يجب على كل من يريد أن يتحقق من صدق المسلمات وما ينتج عنهـا أن يبحث عن شيء آخر غيـر المنطق وربما كان هذا هو السبب الذي جعل إقليدس يبرر اختياره لمقدماته بوضوحها الذاتي حتى لا يقيم الاستنباط على قضايا مختارة اختياراً تعسفياً .

ولكن الوضوح الذاتي لا يضمن عند المناطقة صدق المسلمات وبالتالي لا يضمن صدق النظريات التي تشتق منها ، وليس هناك أي ضمان لصدق قضايا النسق الرياضي باعتباره نسقاً منطقياً . ذلك أن المنطق لا يهتم بالوقائع الأصلية ، وإنما يهتم بالامكانية التصورية ، والقابلية الفعلية لاستنباط النظريات من المقدمات استنباطاً منطقياً لا ينتج عنه أي تناقض بين القضايا . وان كل ما يضمنه المنطق هو إذا سلم بصدق لمقدمات لوضـوح المعنى أو لوضـوح ذاتي أو بسبب شهادة حدسية أو تكهنية أو لغير ذلك من الأسباب نستطيع أن نقيم عليها نسقاً ، نسلم بصدق جميع قضـاياه مـا دام النسق صحيحاً .

(١) langer, op. cit., P.188.

وهذا الصدق ليس صدقاً واقعياً أو حقيقياً إنه صدق منطقي أو صوري قائم على صدق مفترض وعلى صحة النسق . ومن الممكن أن نقيم أنساقاً استنباطية صحيحة لا تناقض فيها ولا تعارض على مقدمات لا أساس لها من الواقع ولذلك فان ما يتطلبه المنطق هو أن تكون تقريراتنا مشروعة أو صحيحة البناء ولا يهمه إن كانت صادقة أو كاذبة فالأنساق التي تقوم على قضايا كاذبة تكون صحيحة صحة الأنساق التي تبنى على حقائق . فالأولى قد تؤدي إلى الثانية ، إلى قضايا صادقة ؛ ولا يكون النسق فاسداً أو غير صحيح إلا إذا تضمنت مقدماته الصادقة قضايا كاذبة[١] .

ولا يكتفي الحدسيون بصحة الأنساق التي قد تقوم على قضايا تعسفية ، مما يجعل هذه الانساق لا تقوم على شيء موضوعي بالتالي يجعلها غير قابلة التطبيق الواقعي ولذلك فهم يريدون أن تقوم الانساق على قضايا صادقة لتؤدي بالضرورة إلى نتائج صادقة ، مما يسمى بالانساق الصائبة .

* * *

هذا هو المنهج الفرضي الاستنباطي الذي يراه المنطقيون أكمل المناهج المستعملة في تشييد العلوم . وهو واضح كل الوضوح ، يمتاز بالدقة وبأنه أكيد ، وليس عرضة للشك ، ما دمنا نسلم ببديهياته وحدوده الأولية . وهذا المنهج لا يؤدي إلى النتائج المرغوبة إلا إذا أدت التعريفات والبراهين دورها على الوجه الأكمل ، وذلك بأن

---

(١) Ibid., PP. 188 – 190.

توضح التعريفات معاني الحدود المعرفة توضيحاً كافياً ودقيقا ، وان تقنع البراهين بصدق النظريات التي برهن عليها .

ولكن كيف تفي التعريفات والبراهين بهذه المطالب لا سيما أن ما يكون واضحاً عند فرد قد لا يكون كذلك عند آخر وما يقنع فرداً اقناعاً تاماً قد لا يكون مفهوماً عند فرد آخر ؟ وهنا يتقدم علم المناهج بما يزيل كل سبب للشك فيستدل بالتقريرات الذاتية في اختبار التعريفات والبراهيين الرياضية والمنطقية معايير موضوعية تقرر أن صحة التعريفات وصحة البراهين تعتمد كلية على بنائها وصورتها الخارجية[1] ولذلك وضعت قواعد للتعريف وقواعد للاستنتاج ، الأولى تبين نوع القضايا التي يجب أن تستخدم كتعريفات ، والثانية تحدد الاجراءات التي يجب أن نقوم بها كي نشتق نظرية من المقدمات ، أما من ناحية التعريفات فينبغي أن يكون في صورة معادلة طرفها الأول وهو المعرف definiendum هو حد أو قضية تحتوي على الثابت الذي يعرف . والطرف الآخر وهو المعرف ، من الواجب أن يكون تركيبياً تعسفياً ، يحتوي على ثوابت قبلت كمعان أولية أو سبق شرحها . وألا يحتوي المعرف على الثابت الذي يعرف ، أو أي تعبير عرف سابقاً بواسطته ، وإلا كان التعريف غير صحيح لانطوائه على خطأ يعرف بالدور في التعريف[2] .

أما قواعد الاستنتاج أو البرهان ، فهي القواعد التي تستخدم

---

(١) Tarski, introduction to ligic, P. 132.

(٢) Ibid., P.35.

لتحويل قضية سبق أن عرف صدقها ، إلى قضايا صحيحة البناء وصادقة ، ومن أهم هذه القواعد قاعدة التعويض وقاعدة الاستخلاص . أما قاعدة التعويض فهي تقرر أنه إذا احتوت قضية ذات طابع كلي على متغيرات وإذا استبدلت بهذه المتغيرات متغيرات أخرى أو دوال أو قضايا ، بحيث نضع نفس الشيء محل المتغير في جميع مرات ظهوره فإن القضية التي نحصل عليها بهذه الطريقة تكون صادقة ، إذا كانت القضية الأصلية صادقة(١) .

أما قاعدة الاستخلاص فهي القاعدة التي تعرف بقاعدة الإثبات بالإثبات وهي تقرر أنه إذا قبلت قضيتان على أنهما صادقتان ، إحداهما على صورة شرطية والأخرى هي عبارة عن مقدم هذه القضية الشرطية ؛ فإن التالي من الممكن أن يؤخذ على أنه قضية صادقة(٢) .

وإذا طبقت قواعد الاستنتاج في كل خطوة من البرهان على القضايا التي سبق قبولها أو التي سبق البرهان عليها تطبيقات متتالية ، كان لدينا برهان كامل ليس إلا سلسلة من القضايا ، كل منها يستخدم للحصول على القضية أو القضايا التالية . وأما أولها فهو القضية أو القضايا التي سبق قبولها ، وأما آخرها فهو القضية المبرهن عليها(٣) . ويرى المناطقة أن معرفة وتطبيق قوانين المنطق وقواعد الاستنتاج في الاستدلالات الرياضية مكن في جميع العمليات الذهنية المعقدة إلى أوجه نشاط بسيطة مثل مجرد الملاحظة الواعية

---

(١) Ibid., P.45.

(٢) Ibid., P. 87.

(٣) Ibid., P. 48.

للقضايا التي سبق قبول صدقها وإدراك العلاقات البنائية والخارجية الصرفة بين هذه القضايا وتنفيذ التحويلات الآلية التي تحددها قواعد الاستنتاج . وبذلك تقل امكانية اقتراف أخطاء في البرهان إلى أدنى حد[١] ويرى المناطقة أن كل النظريات التي يبرهن عليها ابتداء من البديهيات الموضوعة في بداية النسق تبقى صادقة مهما كان التفسير الذي نضفيه على النسق وان كل برهان في داخل النظرية الاستنباطية يتضمن عدداً غير محدود من البراهين المماثلة ، وهذا يبرهن على أهمية النسق الاستنباطي الذي يؤدي إلى اقتصاد في الفكر البشري وهذا النسق ضروري وخصب بشرط أن يكون كاملاً وغير متناقض[٢] .

ثانياً : علاقة المنهج الرياضي بالتجربة والاستقراء :

١ ـ علاقة المنهج الرياضي بالتجربة :

يرى بعض العلماء ، وعلى رأسهم ستيوارت ميل ، أن الرياضيات علم تجريبي يعتمد على المنهج الاستقرائي . ويذهب ميل إلى أنها لا تختلف عن العلوم الأخرى إلا بأن موضوعها أكثر عمومية وبأن قضاياها قد تأكدت إلى حد يفوق التأكيد الذي نصل إليه في العلوم الفيزيقية والفلكية . وما يقين القوانين الرياضية إلا بشدة تأثير تجارب الجنس البشري علينا ، إلى درجة تجعلنا نعتبرها مؤكدة بينما نعتبر حقائق العلوم الأخرى محتملة . إن الاستقراء في نظر ميل ، منهج

(١) Ibid., P. 49.

(٢) Ibid., PP. 126 - 135.

جميع العلوم ، وليست القوانين الحسابية إلا حقائق استقرائية ، وأما التعريفات فهي تقريرات عن وقائع فيزيقية (١) .

ولقد تعرض رأي ميل لكثير من الاعتراضات والانتقادات من طرف المناطقة كفريجه وهيجل وكاسكينج وأيبر وغيرهم ، الذين يؤكدون أن الحقائق الرياضية ليست تعميمات لتجارب ماضية ، لأن التجارب لا نستطيع أن نقطع بصدقها أو بكذبها فالقضية الحسابية ٢ + ٣ = ٥ مثلاً تعتمد على المعنى الذي تنسبه للتصورات التي تدخل في تركيبها .

ويؤكد أوجينيو ريجنانو Eugenio Regnano (٢) إن منهج العلوم الرياضية لا يختلف عن منهج العلوم الفيزيقية إلا من حيث درجة تعقد الاستدلال الذي يظل هو نفسه في جميع العلوم والفنون وما الاستدلال إلا مجموعة من العمليات التي تجري ذهنياً أو مادياً . وإن السرعة التي تتم بها العمليات التي تجري ذهنياً تجعلني اعتقد أنها تتم بالحدس لا بالاستدلال . وليس الحدس إلا استدلالاً سريعاً أو لحظياً هو مجموعة من التجارب البسيطة التي يقوم بها الفكر . وقد ينحصر الاستدلال أيضاً في مجموعة من الملاحظات أو التجارب

---

(١) kar 1G. Hempel, on the mathematical truth, apud the Americal mathematical monthly, 52, 1945, P. 544, Repinted in Reading in the philosphy of science feigl. Appleton New York, 1953, P. 144, Philosophy of mathematics, selected readings Bena cerraf prentice Hall 19G4, P. 361, kneale, op. cit., P. 444.

(٢) Eugenio Regnano. psychologie du raisonnement, Alean, 1920 PP. 101, 102, 103, 104, 105.

التي يستطيع الانسان أن يحققها مادياً ، ولكنه يكتفي أحياناً بأن يحققها في خياله لأنه يرتضي النتيجة التي يصل إليها ذهنياً . وبهذه الطريقة وصل خاليليو قبل التحقيق التجريبي إلى أن يبرهن باستدلال ذهني ، على أن سرعة سقوط الجسم لا تعتمد على وزنه .

فليست الاستدلالات الرياضية إلا تنفيذاً لسلسلة من العمليات والتجارب تنفيذاً فكرياً ، وليس التحقيق التجريبي والاستدلال إلا عملية واحدة ومتطابقة إلا أن الاستدلال هو التحقيق التجريبي ذاته بالفكر بدلاً من تنفيذه في الواقع تنفيذاً فعلياً . وما يميز سلسلة التجارب الفكرية عن التجربة المجراة في التحقيق المادي هو أننا لا نلجأ في تجربة التحقيق المادي إلى أية نتيجة أخرى وصلنا إليها بتجارب سابقة ، وبالتالي نصل إلى نتيجة التجربة باستقلال عن كل تجربة سابقة . والالتجاء إلى هذه التجارب والاثباتات التجريبية السابقة هو ضرورة بالنسبة لمن يجري تجاربه ذهنياً ، وكل تجربة ننجزها تنضم إلى التجارب التي أنجزناها من قبل ، والتي أفادتنا البرهان الذي ننشده ، وهذا هو الذي يضفي على هذه التجارب الذهنية قيمة برهانية عامة لا تكون للتجارب المنفذة فعلاً . وقد بين ريجنانو بمثال هو البرهان على تساوي زوايا المثلث لقائمتين أن الاستدلال الهندسي ما هو إلا خليط من التجارب التي تعاينها فكرياً والتجارب التي تنفذها فعلياً[1] .

ويخلص ريجنانو بعد دراسته لعدة أمثلة إلى أن الاستدلال ليس إلا تتابعاً من العمليات أو التجارب المجراه فكرياً ، أعني عمليات

---

(١) Ibid., PP. 101 – 110.

وتجارب نتصورها منفذة على شيء واحد أو عدة أشياء تهمنا أهمية خاصة ، وأننا لا ننفذها مادياً ، لأننا عرضنا من قبل لسلسلة من التجارب المشابهة ، والتي نفذت فعلاً في الماضي ، نتائج هذه التجارب الجديدة . وإن النتيجة التجريبية النهائية الملاحظة أو المثبتة ذهنياً ، والتي تؤدي إليها مجموعة مشابهة من التجارب المجراة في الفكر ، هي على وجه التحديد نتيجة البرهان أو نتيجة الاستدلال[١] وقد ذهب ريجنانو مذهب ارنست ماخ Mach الذي يرى أن الاستدلال تركيب عقلي لتجارب متصورة . وهذا هو نفس ما ذهب إليه ميلر Miller[٢] ويرى ريجنانو أن الاستدلال المنطقي له أيضاً هذا الطابع الوحيد والفريد وقد ذهب إلى أن المقدمات المتفقة مع وقائع معينة تؤدي إلى نتائج تتفق مع وقائع أخرى ، وقد رأى انركيس Enriques هذا من قبل حين يقول إن واقعية المقدمات تحمل معها واقعية النتائج المترتبة عليها . ولكنه لم يؤكد كما أكد ريجنانو أن العملية المنطقية من الممكن أن تمدنا بتمثيل للواقع ما دامت العملية المنطقية أو الاستدلال ليس إلا سلسلة من التجارب القابلة لأن تنفذ تنفيذاً نظرياً على الأقل اختصاراً للوقت وللمجهود . وليست العملية المنطقية إلا الواقع نفسه متناولاً في المخيلة بدلاً من أن يكون متناولاً في الواقع فالاستدلال الذي يتصل بالواقع في لحظة ارتفاعه حين ينطلق مبتعداً عن الواقع ومخترقاً طبقات المنطق المتصاعدة ، يعود إلى اتصاله بالواقع عندما يسقط في النهاية على أرضه ، فإن

---

(١) Ibid., P. 111.

(٢) Millet, the psychology of thinking, Macmillan, New York 1909, PP. 133 - 134, 194.

الاستدلال على العكس لا يفقد صلته بالواقع لحظة واحدة فهو يستند إلى أرض الواقع الصلبة في كل مراحل تطوره ، وحتى حينما يرتدي ثوب الرمزية المعقدة يكون لنتائجه دلالة محسوسة(١) .

ان الاستدلال الذي يقوم باجراء التجارب في الفكر فيه اقتصاد في الوقت وفي الجهد ، فنحن نجرب في فكرنا تجريباً أكثر سهولة وأكثر ملائمة من تجريبنا على الأشياء الفيزيقية . كما أن الفكر يستطيع أن ينفذ عدداً لانهائياً من التجارب التي لا يستطيع أن ينفذها التجريب العقلي ، كما أن استناده إلى الاثباتات والتجارب الماضية جعلت له قيمة برهانية عامة(٢) ولكن عندما تتشابك التجارب وتكثر العوامل وتتعقد المسائل يعجز المرء عن التمييز وعن المتابعة . وعندئذٍ لا يمكن كما يرى ميل أن نثق اطلاقاً في نتائج التنفيذ الذهني أو يكون هناك ضرورة لتحقيق كل هذه النتائج أو بعضها على الأقل بتجارب فعلية(٣) ومع ذلك يؤكد ريجنانو أن سلسلة التجارب المنفذة في الفكر ، والتي يربط الخيال بينها ، تستطيع أن تؤدي تماماً إلى مكتشفات كما تؤدي مجموعة التجارب المنفذة فعلاً(٤) ويتبين مما سبق أن ريجنانو قد أقام كل الأنساق العلمية ومنها الرياضية على تجربة ذهنية أو واقعية ، وهو يقترب بذلك من التجريبيين من أمثال ميل ومن الحدسيين الجدد الذين يرون ضرورة الالتجاء إلى التجربة

---

(١) Regnano, op. cit., PP. 115 – 117.

(٢) Ibid., PP. 117 – 119.

(٣) Mill, System of logic, 6th edition, longmans Green of com., london 1868, VO⅓. 1,P 514., Regnano, op. cit., P. 121.

(٤) Regnano, op. cit., P. 121.

الذهنية التي تضفي على الموضوعات الرياضية الوجود والمشروعية .

ولكن إذا كانت الرياضيات تعتمد ، كما تعتمد العلوم الطبيعية والفيزيقية على المنهج التجريبي ، فكيف نوفق بين اعتمادها على الواقع وبين الطابع المميز لها ، وهو أنها مؤكدة ولا نزاع فيها ؟ ان الرياضيات كما يقول أينشتين Einstein تحتفظ بهذا الطابع طالما أن قوانينها لا تشير إلى الأشياء الواقعية بل إلى أشياء تصورية ، ولا يختلف الناس حول نتائجها المنطقية ما داموا قد اتفقوا على القوانيين الأساسية أو البديهيات ، وعلى قواعد الاستنباط ، ولا سيما بعد أن قام أصحاب المنطق الرمزي والاكسيوماتيك بفصل الصورة المنطقية ، التي هي موضوع الرياضيات عن مضمونها الموضوعي أو الحدسي ، فخلصوا الرياضيات مما هو غيبي وغريب عنها ويسبب لها الغموض . ولكن عرض المبادىء على هذه الصورة المنطقية جعلها مستقلة عن الواقع وبالتالي غير قادرة على أن تفيدنا بشيء عن علاقات الأشياء الواقعية ، ولكي نجعل قضاياها تقريرات عن تلك الأشياء علينا أن نخلص الهندسة من صورتها المنطقية الخالصة وأن تقرن الأشياء الواقعية التي تقوم عليها التجربة ، بالإطار التصوري للهندسة القائمة على البديهيات لنجعل منها علماً طبيعياً تعتمد تقريراته وقضاياه على استقراء يقوم على التجربة ، لا على الاستنباطات المنطقية الصرفة وهذه الهندسة التي يسميها أينشتين بالهندسة العملية هي التي مكنته فيما يقول من وضع نظريته النسبية . وهذه الهندسة المقترنة بالفيزياء وهي التي تحمل شيئاً من علاقات الأشياء الواقعية ما دامت الهندسة القائمة على بديهيات فحسب لا تقوم بذلك . وإذا ظهر تناقض بين النظريات الهندسية والتجربة كان

علينا أن نغير قوانين الفيزياء دون أن نغير قوانين الهندسة ، ذلك لأن قوانين الهندسة وجزءاً من قوانين الفيزياء تختار تحكمياً ، لأنها مجرد اتفاقات ، ومن الضروري لتجنب كل تناقض أن يختار الجزء الباقي من القوانين الفيزيقية بحيث تتفق الهندسة وكل القوانين الفيزيقية مع التجربة وبذلك يكون من الممكن أن تطبق القوانين الهندسية على الأشياء الواقعية تطبيقاً عاماً في كل زمان ومكان ما دامت تصدق في زمان ومكان معينين . وقد استطاع أينشتين بذلك أن يتكلم عن قياس اتصال الزمان المكاني ذي الأبعاد الأربعة ، وقد ذهب إلى أن المسألة إذا كان هذا الاتصال أقليدياً أو ريمانيا ، أو أنه يوافق أي نسق آخر ، إنما هي مسألة فيزيقية تجيب عنها التجربة ، وليست مجرد اتفاق يختار على أسس علمية(١) . وخلاصة القول أن أينشتين يرى للتجربة دوراً هاماً في الهندسة التي تقترن فيها أنساق الأشياء الواقعية بالأنساق الصورية . وهذه الهندسة العملية ، التي تتصف بأنها الأكثر فائدة ، تعتمد على الاستقراء التجريبي في الوصول إلى قضاياها . وأما بوانكاريه فهو يعترف للتجربة بدور في الرياضيات . ولكن هذا الدور ثانوي فالواقع قد يقترح على الرياضي بعضاً من المسائل . وقد عرفتنا التجربة بفكرة الاتصال وأن للمكان ثلاثة أبعاد ، وتساعدنا في اختيار الاتفاقات الملائمة ؛ ولو كانت تجاربنا مختلفة لكانت اتفاقاتنا مختلفة ولكن بوانكارية مع ذلك لا يرى أن الهندسة علم تجريبي ، فلو كانت حقائق الهندسة تجريبية لاحتاجت إلى مراجعات مستمرة

---

(١) Albert Einstein side lights of relativity. Dutton &. Com. New York, 1923. Geomeetry and experience. PP. 27 – 41 Reading in the philosophy of science. PP. 189 – 193.

ولكانت وقتية ومحتملة ولن تكون عندئذ علماً مضبوطاً، وستكون معرضة للخطأ . إن التجربة تساعدنا على اختيار الفروض الملائمة ، ومع ذلك فان الفرض وليد الفكر الذي يكون حراً وغير مقيد إلا بضرورة اصدار فروض غير متناقضة في ذاتها . أما بالنسبة للحساب فليست التجربة إلا فرصة تمارس فيها ملكتنا الخالقة . وليست بديهيات الحساب حقائق تجريبية ، لأن التجربة عاجزة عن تحقيقها . وخلاصة القول أن الرياضيات في رأي بوانكاريه لا تعتمد على التجربة اعتماداً رئيسياً وليس منهجها تجريبياً .

وأما الفيلسوف المعاصر دوجلاس جاسكينغ Gasking فهو لا يوافق على كون القضية الرياضية تعبيراً عن تعميم تجريبي جيد وأنها لا تختلف عن القوانين العلمية الجيدة، وبذلك يرفض النزعة التجريبية التي يقول بها ميل وغيره ، لأن القضايا الرياضية عامة وصادقة دائماً في حين أن القضايا المعبرة عن التحقيق التجريبي جزئية وقد تكون باطلة ، ذلك لأننا مهما راعينا الدقة فقد تخطىء علاوة على عدم وجود معيار للصحة في عملية العد أو القياس .

ومع أنه يرى أن هناك علاقة بين القضايا الرياضية والقضايا التي يحصل عليها بالعد أو القياس فإنه لا يجيز القول : أن القضايا الرياضية تعادل أو تعني كما تعني القضية التجريبية ، وذلك لأن القضية الرياضية غير قابلة للتصحيح ، أما القضية التجريبية فهي قابلة للتصحيح ، وذلك لأن القضية الرياضية لا تفيدنا شيئاً عن العالم ولذلك لا يمكن أن نتخلى عنها ونحكم ببطلانها مهما حصلنا تجريبياً على ما هو مخالف لها ، ولذلك قد نغير فيزيقانا ولا نغير رياضياتنا . ويفترض جاسكينغ على النظريات الاتفاقية التي ترى أن القضايا

الرياضية تصف ما نريد أن نقول لأنها لم تحسن التعبير : فبعضها يقول إن القضية الرياضية تعبر عن تصميم القائل أو الكاتب على استعمال الرموز على نحو معين ولكن ذلك غير صحيح ، لأن القضية الرياضية مستقلة عن إرادتي ، ولا تعتمد على قراري أو تصميمي ، لأنها ليست ذاتية بل موضوعية . وبعضها يصف القضية الرياضية بأنها قضية تجريبية تصف كيف يستعمل الناس الرموز ، ولكن هذا القول ليس صحيحاً كل الصحة مع أنه أقرب إلى الصواب من سابقه ، لأنه يجعل الحقيقة تعتمد على استخدام الناس للرموز ، فإذا تغيرت الرموز وتغيرت طريقة استخدامهم لها تغيرت الحقيقة . وبعضها يذهب إلى أن القضية الرياضية تعبر عن قاعدة لتناول الرموز . وهذه العبارة شديدة القرب إلى الصواب ولكنها ما زالت غير كافية ، لأنها توحي بأن القضية الرياضية تحكمية أو تعسفية ، ما دمنا أحراراً في أن نستخدم أو لا نستخدم القاعدة الرمزية . إن الانساق الرياضية لا تتصف بتعسفية مطلقة ، فبعضها يفيد في الواقع وبعضها لا يفيد ، ومن الممكن القول إن اختيارنا للنسق الذي نستخدمه لا يعتمد على قرارنا بل يعتمد على طبيعة العالم .

ولذلك بين جاسكينج أن اعتبار القضايا الرياضية قضايا تجريبية عن نتائج العدد والقياس ليس صحيحاً ، وعلى الرغم من عدم صدق النظرية التجريبية فإنها تفيد في تأكيد العلاقة بين القضايا الرياضية وممارستها اليومية للعدد والحساب القياس وفي أن تحد من غلّو النظريات الرياضية المثالية . كما أن النظريات الاتفاقية غير صادقة لأن القضايا الرياضية ليست متطابقة مع أي منها ، إلا أنها تفيد في القاء ضوء عليها ؛ لأنها تشابه من ناحية قواعد استخدام الرموز ،

وتشابه من ناحية أخرى قضايا تجريبية عن استخدام الرموز ، وتشابه من ناحية ثالثة قضايا تعبر عن قصدنا في استخدام الرموز على نحو معين .

وقد ذهب جاسكينغ إلى أن القضايا الرياضية قضايا عامة جداً تقرر وقائع عامة عن بناء الواقع وعن العلاقات التركيبية الضرورية بين الكليات التي منها الأعداد والأشكال والحجوم وغيرها . ومع أن جاسكينغ قد تكلم عن القضايا الرياضية باعتبارها غير قابلة للتصحيح مهما حدث لأنه يجب ألا تغير رياضياتنا بل تغير فيزيقانا ، إلا أنه أباح لنا أن نتخلى عن نفسنا الرياضي ، وأن نختار نسقاً رياضياً آخر ، إذا وجدنا أن قوانينا الفيزيقية قد تعقّدت ، وأنها تعود إلى البساطة إذا غيرنا أنساقنا الرياضية . وبذلك فان الرياضيات تعتمد على الواقع وتعكس طبيعته فهو الذي يجعلنا نختار الأنساق البسيطة والملائمة وسهلة التناول ونتخلى عن الانساق غير الملائمة وصعبة الاستعمال . فنختار من الحساب والهندسة ما يبسط فيزيقانا ويجعلها نسقاً منتظماً يقبله الجميع ونبتعد عما يجعل فيزيقانا تزخر بالفروض المعقدة . ولكن الحكم على الشيء بأنه منظم وبسيط وسهل ومرض للعقل يعتمد بالتأكيد على تكويننا النفسي أكثر مما يعتمد على العالم الخارجي(١) .

أما الفيلسوف والرياضي المعاصر هيكتور نيري كاستانيدا

(١) Gasking, Mathematics and the world, Apud, the Australian Journal of phoilosophy, 18 NO. 2 sept. 1940, Pp. 97 – 166, philosophy of mathematics, PP. 390 – 405.

Castaneda فهو لا يوافق على كون القضايا الرياضية مجرد اتفاقات أو قواعد تبين لنا كيف نصف ما يحدث في العالم ، ولذلك يعترض على آراء جاسيكنغ ، فلا يقبل أن تكون القضية القابلة للتصحيح هي وحدها التي تفيد المعلومات وتصف العالم . وإن القضايا غير القابلة للتصحيح كالقضايا الرياضية لا تصف العالم ولا تفيدنا بالمعلومات ، لأن هناك قضايا قابلة للتصحيح ولا تصف العالم . وقضايا غير قابلة للتصحيح وتصف العالم . ان جاسكينج كما يلاحظ كاستانيدا يتكلم عن القضايا الرياضية كما لو كانت قواعد ولكن القواعد نوع من القضايا ، فليست كل القضايا قواعد . والقواعد لا تكون واصفة بل مرشدة . ان القواعد هي نوع من القضايا التي نستطيع أن نستخدم غيرها مما هو يخالفها ومع ذلك توفق في أمور الحياة . وليست القضايا الحسابية ٥ × ٣ = ١٥ ، ٥ + ٧ = ١٢ مثلاً قواعد تتحكم في وصف العالم ، لأن القواعد تشير علينا بفعل شيء وترشدنا إلى فعله أما القضية الحسابية ٧ + ٥ = ١٢ مثلاً فلا تشير علينا بفعل شيء كما أن القاعدة لها صياغة خاصة بحيث تتضمن كلمات مثل من الواجب ينبغي ، من المحرم ، من المطلوب من المسموح . وليس معنى ذلك أن الرياضيات خالية تماماً من القواعد فهناك قواعد للقيام بالعمليات الرياضية تقرر علاقات بين الأعداد . إن القواعد كما يرى كانط أوامر فرضية تنتج عن قضايا ليست على صورة قواعد بواسطة منطق القواعد أو المنطق المعياري . وتتصف القواعد بأنها : ١ ـ قابلة للتصحيح . ٢ ـ تركيبية . ٣ ـ غير تجريبية . ٤ ـ ليست واصفة للعالم ، ولكنها مرشدة . ٥ ـ لا تعتمد على استخدام الرموز . ٦ ـ قابلة للاستبدال بمعنى أننا نستطيع أن نوفق في أمورنا

على الرغم من استخدامنا لقواعد متعارضة . ويؤكد كاستانيدا أن القضايا الرياضية ليست قواعد ، لأنها تحليلية والقواعد تركيبية ولأنها غير قابلة للتصحيح والقواعد قابلة للتصحيح وهي غير قابلة للاستبدال والقواعد قابلة للاستبدال وهي واصفة ، في حين أن القواعد مرشدة[١] .

وخلاصة القول أن كاستانيدا يرى أن القضايا الرياضية تصف العالم ، ولكنها غير قابلة للتصحيح أو الاستبدال وأي تحريف في حسابنا يجعله غير كامل وغير ملائم ومتناقضاً وبذلك يجعلنا لا نوفق في أمور حياتنا . أما الفيلسوف والرياضي الأميركي المعاصر كارل هيمبل Hempel فلا يقبل أن تقوم النظرية الرياضية كما تقوم العلوم الفيزيقية على أسس تجريبية ، فلا يرجع سبب قبول النظرية الرياضية إلى كون تنبؤاتها تتفق مع البيئة الواقعية التجريبية وهذا يصدق بالأخص على الحساب والجبر والتحليل . وينتقد هيمبل جون ستيوارت ميل الذي يرى أن النظريات علم تجريبي ، لأن الفروض الرياضية لو كانت تجريبية لاحتاجت إلى تأييد واقعي من الظواهر المشاهدة ولم تكتف بالتأييد النظري . فإذا عارضت التجربة الفرض رفضناه ولكننا نتمسك بالفرض الرياضي مهما كانت نتيجة التحقيق التجريبي وذلك لأن صدق الحقائق الرياضية يعتمد على المعنى الذي ننسبه إلى التصورات المتضمنة فيها ولا يقبل هيمبل كذلك أن

---

(١) Hector Neri Castaneda, Arithmetic and reality apud the Australision journal of philosophy. 31, no. 2 (August 1959) PP. 92 – 101, reprinted in philosphy of matbmatics selected readings, PP. 404 – 415.

يرجع بسبب قبول الحقائق الرياضية إلى وضوحها الذاتي لأن بعض النظريات يقبلها الرياضيون على الرغم من صعوبة اثباتها وعدم وضوحها . كما أن بعض النتائج الرياضية الكبيرة الأهمية تخالف الحدوس الواضحة والشعور بالوضوح الذاتي المعتاد مخالفة شديدة . ومن الواجب ألا ننسب إلى المسلمات أي وضوح ذاتي حتى لا نقيم النظريات التي تشتق منها على أسس ذاتية تختلف من شخص لشخص مع أن القضايا الرياضية تتصف بأنها موضوعية . إننا نقبل صدق القضايا الرياضية بمقتضى تعريفات التصورات المتضمنة فيها وهي يقينية بلا جدال على الرغم من خلوها من كل مضمون واقعي ومن أي معلومات عن أي موضوع تجريبي والاستدلال الرياضي عند هيمبل هو ، كالاستدلال المنطقي ، تقنية تصورية ، تصرح بما هو متضمن في مجموعةٌ من البديهيات أو المقدمات دون أن تصل إلى شيء جديد لم يكن متضمناً فيها وان كان ذلك الذي تصل إليه يعتبر جديداً من الناحية السيكلوجية ، إذا لم نكن على علم سابق بما ستصل إليه عند قبول مجموعة معينة من الافتراضات .

ويرى هيمبل أننا قد نصل في الرياضيات التطبيقية إلى ما هو مخالف للقوانين القائمة على المبادىء النظرية ، ولكن ذلك ليس دليلاً على عدم صحة المبادىء المنطقية والرياضية المتضمنة فيها . فالنظريات الرياضية والمنطقية ، لا تصدق على وقائع إلا بمقدار ما يكون متضمناً من المسلمات أو الافتراضات الأساسية من معلومات واقعية . فصدق النظريات المنطقية على الموضوع التجريبي يعتمد على صدق المسلمات وعلى التفسير الذي نضعه لها ، ما دامت النظريات مشتقة من المسلمات اشتقاقاً منطقياً . ومع أن النظريات

الرياضية المطبقة على الموضوع التجريبي لا تضيف شيئاً جديداً إلا أنها أداة ضرورية وكلية لتبرير هـذه المعرفـة التجريبيـة التي تصاغ نظرياتها بواسطة التصورات الرياضية ، كما أن اختبار نظريات العلم التجريبي وعمليات التنبؤ بواسطتها وتطبيقها تطبيقاً عملياً أمر يعتمد على بعض ما يستنبط من النظرية العامة استنباطاً يكون مستحيلاً بدون التقنيات الرياضية التي تكشف ما تقرره النظرية العامة بالنسبة لحالة جزئية تقريراً ضمنياً .

وبذلك بين هيمبل بهذا التحليل أن نسق الرياضيات كبناء صوري هائل ليس له مضمون تجريبي ، ولكنه مع ذلك ضروري ، لأنه أداة نظرية ضـرورية لكي نفهم عـالم تجربتنـا فهماً علميـاً ونتمكن من السيطرة عليه[١] .

أما الفيلسوف الانجليزي المعاصر ألفريد جولز آير Ayer فيرى أن النزعة التجريبية العادية تفشل في تفسير القضايا المنطقية والرياضية لأنها قضايا ضرورية ومؤكدة بينما القضايا التي يعتمد صدقها على التجارب الواقعية لا يمكن كما بين هيوم ، أن تكون يقينية أو مؤكدة من الناحية المنطقية ، فـالتجربـة مهما أيـدت الفرض لا يمكن أن تبرهن على صدقه صدقاً كلياً ما دام هناك احتمال لظهور حالة مناقضة له . ان من يجعل لقضايا المنطق والرياضيات مضموناً تجـريبياً أو

(١) carl. G. Hempel, on the nature of mathematical truth. apud the American mathematical monthly V. 52 (1945), PP 543 – 556, reprinted, in reading in the philosophy of science, PP 148 – 162, and in philosophy of mathematics, selected readings PP. 366 – 381.

حقائق تجريبية يجعلها على العكس المألوف حقائق غير ضرورية ، وهذا ما ذهب إليه ميل حين يؤكد أن حقائق المنطق الرياضيات ما هي إلا تعميمات استقرائية مؤسسة على عدد كبير جداً من الشواهد إلى درجة تجعلنا نعتقد بأنها صادقة صدقاً ضرورياً وكلياً ولا نتصور أن يقوم دليل مناقض لها . ولكنها ككل التعميمات الاستقرائية فروض تجريبية قابلة للسقوط من الناحية النظرية . ويرفض آير رأي ميل لأن المعرفة التي تبدأ بالتأكيد مع التجربة ، سترجع كلية إليها ، وعلى الرغم من أن المرء قد وصل إلى بعض ما اكتشفه من حقائق منطقية ورياضية بعملية استقرائية ، نستطيع أن نقرر أن المنطق والرياضيات مستقلة تماماً عن التجربة بمعنى أن كلاً منهما لا يدين بصحته وصدق قضاياه إلى التحقيق التجريبي ، فنحن عندما ندرك هذه القضايا نرى أنها صادقة بالضرورة ، وأنها تنطبق على كل حالة قابلة للادراك وهذا هو ما يميزها عن التعميمات التجريبية التي لا تدلّك على أنها صادقة صدقاً كلياً وضروياً ، ولذلك نقول إنها مستقلة عن التجربة من الناحية الابستمولوجية لا من الناحية التاريخية أو التعليمية . ومهما وجدنا من شواهد تبدو أنها تكذب القضية الرياضية أو المنطقية فإننا نترك المبدأ دون أن يمس ، محاولين أن نفنّد صدق هذه الشواهد . ولذلك أخطأ ميل عندما رأى امكان أن تقوم حالة مناقضة بتكذيب الحقيقة الرياضية والاطاحة بها فمبادىء المنطق والرياضيات صادقة صدقاً كلياً لأننا نرفض أن نراها شيئاً آخر والسبب في ذلك هو أننا لا نستطيع أن نتخلى عنها دون أن نتناقض مع أنفسنا ، لأنها قضايا تحليلية أو تحصيل حاصل ، والقضية التحليلية عند أير ليست هي التي يكون محمولها متضمناً في موضوعها بل هي التي يعتمد صدقها على

تعريف ما تتضمنه من رموز . وأما القضية التركيبية فهي التي يعتمد صدقها على التجربة وحقائقها . والقضية التحليلية مجردة تماماً عن المضمون الواقعي ولذلك فإن التجربة لا تدحضها . ومع أن هذه القضايا لا تفيدنا شيئاً عن الواقع التجريبي إلا أنها تبين لنا كيف نستخدم رموزاً معينة وتكشف لنا عن تضمنات غير متوقعة في تقريراتنا مما هو ليس جديداً كل الجدة .

إن القضية المنطقية أو الرياضية صادقة بذاتها صدقاً صورياً ولا يعتمد صدقها على وضعها في نسق ، وعلى استنباطها من قضايا نعتبرها واضحة بذاتها ، لأننا نستطيع أن نتحقق من كونها تحليلية بمجرد تأمل صورتها الرمزية . ولما كان صدق القضايا التحليلية أو صحة بنائها لا يعتمد على كونها قابلة لاشتقاق من غيرها من القضايا التحليلية ، فإن آير لا يهتم بمسألة رد القضايا الرياضية تظل تحليلية حتى مع عدم امكان رد الأفكار الرياضية إلى أفكار منطقية ، لأن صدقها أو صحة بنائها يعتمد على تعريف الحدود المتضمنة فيها ، وتتصف قضايا الرياضيات البحتة بهذه الصفة على الرغم من كون القضايا الهندسية تبدو تركيبية ، وقد ذهب كانط إلى أن لها مضموناً واقعياً وان ما تتصف به من يقين وضرورة يأتي من كون المكان صورة مفروضة على حدسنا ، ولكن هذا الرأي لم يعد مقبولاً بعد اكتشاف الهندسات اللاإقليدية . فليست بديهيات الهندسة إلا مجرد تعريفات وليست نظرياتها إلا نتائج منطقية لهذه التعريفات .

ومع أن الهندسة لا تتضمن حقائق عن المكان الفيزيقي ، إلا أنها ممكنة التطبيق عندما نضفي على بديهياتها تفسيراً فيزيقياً معيناً يجعل تطبيق النظريات على الأشياء التي تحقق البديهيات أمراً ممكناً .

ولكن مسألة امكان تطبيق الهندسة على العالم الفيزيقي مسألة تجريبية تقع خارج نطاق الهندسة نفسها ، ولا يحق لنا أن نسأل عن أي الهندسات صادق ، وأيها كاذب ، ما دامت جميعها خالية من التناقض . ولكن من الممكن أن نسأل عن أيها هو الذي يطبق بسهولة وبنجاح وبفائدة على موقف تجريبي وواقعي . ولكن القضية التي تقرر امكان التطبيق ليست من قضايا الهندسة التي تؤكد فقط أن ما يقع تحت التعريفات يحقق النظريات .

ان الهندسة نسق منطقي خالص وقضاياها تحليلية خالصة ولذلك لا تحتاج عندما يكتمل نسقها إلى الأشكال التي قد تسهل الفهم وتعين العقل على أن يدرك علاقة النظريات بالبديهيات . وهذه الأشكال إن دلت على شيء فهي تدل لا على أن العلاقة بين المقدمات والنتائج ليست علاقة منطقية بل على أن عقلنا غير قادر على أن يقوم بعملية استدلال مجرد بدون مساعدة الحدس . وقد يكون الالتجاء إلى الحدس خطيراً فقد يجر بنا إلى التسليم بصدق افتراضات ليست من البديهيات ولا تصدر عنها وقد أخطأ إقليدس عندما اعتقد أن الأشكال ضرورية لبعض براهينه وكان ذلك من الأسباب التي جعلت نسقه غير كامل الدقة .

ولقد بيّن آير بذلك أن القضايا الرياضية من هندسية وحسابية ليست تركيبية وقد رفض بذلك رأي كانط الذي يذهب إلى اعتبارها أحكاماً تركيبية قبلية تعبر عن كون الزمان والمكان صورتين مفروضتين على حدوسنا . إنها قضايا تحليلية كبيرة وضرورية لا تستطيع التجربة دحضها لأنها لا تقرر شيئاً عن العالم التجريبي . إنها تستعمل تصميماً على استخدام رموز على نحو معين ، ولا نستطيع أن ننكرها

دون أن نقع في تناقض مع أنفسنا ، لأننا عندما ننكرها ننكر الاتفاقات التي قبلناها من قبل . وهذا هو ما يجعلها ضرورية .

إن قضايا الرياضيات إذن اتفاقات ضرورية وصادقة صدقاً ضرورياً كاملاً لأنها تحصيل حاصل . وقد يؤخذ على تحصيل الحاصل أنه لا يؤدي إلى ابتكار أو اكتشاف وهذا ما ذهب إليه بوانكاريه الذي رأى أن الاكتشاف في الرياضيات يتم بواسطة الاستقراء الرياضي الذي وصفه بأنه حكم تركيبي قبلي . ولا يوافق آير على كونه تركيبياً في حين أنه يوافق على كونه قبلياً . إنه في نظره مبدأ لتعريف الأعداد الطبيعية وتمييزها عن الأعداد الأخرى . ويرى آير أننا نستطيع أن نكتشف ، ليس فقط في الحساب ، بل أيضاً في الهندسة وفي المنطق الصوري بدون أن نستخدم الاستقراء الرياضي، إننا نستطيع أن نكتشف وأن نقلل من خطئنا في استدلالنا المنطقي ، بواسطة ادخال جمل رمزية، تمكننا من أن نعبر عن قضايا معقدة تتصف بأنها تحصيل حاصل تعبيرات ملائمة وبسيطة ، مما يجعلنا قادرين على الابتكار ونحن نتابع الاستدلالات المنطقية ، لا سيما أن اختبار التعريفات الجيدة يلفت نظرنا إلى الحقائق التحليلية التي لا تنكشف لنا بدونه كما أن صياغة التعريفات المفيدة والمثمرة تعتبر عملاً خلاقاً[1] .

وخلاصة القول أن حقائق المنطق والرياضيات في نظر آير قضايا تحليلية تتصف بكونها قبلية وضرورية لأنها صادقة ولا يتوقف صدقها على التجربة لخلوها من المضمون التجريبي ؛ اووصفها بأنها صادقة

---

(1) AYer, language, truth and ,logic, 2nd ed., victor Gollancz, London. 1946 Dover publications, 1958.

صدقاً قبلياً يعادل وصفها بأنها تحصيل حاصل ، ومع أنها لا تتضمن معلومات مادية وواقعية ، فإنها تساعدنـا في أبحاثنـا التجريبيـة مما يكذب مزاعم النزعة التجريبية التي تؤكـد عدم وجـود قضايـا قبلية تتناول أموراً واقعية .

أما المنطقيان كوهين Cohen وناجل Nagel فلا يوافقان أيضاً على أن يكون منهج الرياضيات منهجاً تجريبياً ، لعدم امكان القيام ببرهنة تجريبية دقيقة على النظريات الرياضية التي يبرهن عليها برهاناً منطقياً بعرض كل قضية كنتيجة ضرورية لقضـايا أخـرى ، وأن الدليـل أو البرهان المنطقي لا يقرر شيئاً عن الحقيقة الواقعية للمقدمات والنتائج المنطقية المترتبة عليها ، وان من يدعي أننا نستطيع أن نبرهن على صدق النظريات صدقاً واقعياً يجهل حقيقة البرهان المنـطقي الذي ينحصر في اظهار ما تتضمنه مجموعة البديهيات من نظريات ، وأن البديهيات لا يبرهن عليها ، لأنها لا تحتاج إلى برهان أو لأنها واضحة بذاتها ، أو لأنها أسس مقنعة للرياضيات ، أو لأننا نثبت بواسـطتها صدق القضايا التي تكون واضحة مثلها وضوحاً ذاتياً .

ويرفض كوهين وناجل ادّعاء أن البديهيات لا تحتاج إلى برهان لكونها واضحة بذاتها لأن الوضوح الذاتي أمر سيكلوجي يختلف من فرد إلى آخر تبعاً لثقافته ، وقد يرجع أيضاً إلى عدم القدرة على إدراك نقيض القضية ، وقد يرجع إلى شعور داخلي يدفعنا إلى أن نقرّ بها . ولا يمكن أن يكون ذلك معياراً للحقيقة لا سيما أن كثيراً من الحقائق التي كانت تعتبر واضحة بذاتها تثبت بطلانها ، وقد اعتبرت قضايا متناقضة في فترات مختلفة حـدوساً واضحـة ولا نستطيـع أن نعتبر البديهيات واضحة بذاتها لأننا نستطيع أن نتصور نقيضاً لكل منها .

ومن الممكن القول أن القضايا العامة التي تتعلق بعدد غير محدد من الوقائع لا يمكن أن يبرهن عليها تجريبياً ، وكذلك الحال بالنسبة للبديهيات الرياضية وبالأخص الهندسية التي تتناول أجزاء من الطبيعة ، فالعلوم الرياضية لا تعتمد على المنهج التجريبي على الرغم من أن بعض التطورات فيها أوحت به دواعي عملية ونفعية وعرف أنه صادق مادياً ، قبل أن يشتقه اقليدس من البديهيات التي وضعها بمئات السنين وبذلك اكتشفت البديهيات بعد النظريات مع أن البديهيات تسبق النظريات سبقاً منطقياً ، وليست القضايا السابقة منطقياً أكثر يقيناً من النظريات ، أو أنها معروفة معرفة أجود منها ، فلا يستلزم السبق المنطقي أن تكون القضايا السابقة صادقة . إن البديهيات مجرد افتراضات أو فروض تستخدم لإقامة نسق يخضع لقواعد منهجية يسمح باكتشاف ما تتضمنه من نظريات . لقد كان من المعتقد حتى القرن ١٩ أن البديهيات صادقة مادياً ولكن الصدق المادي للبديهيات صار أمراً لا يهم المنطقي أو الرياضي الذي يهتم فقط بأن تكون البديهيات متضمنة لنظريات ، ولذلك يدعونا كوهين وناجل أن نميز بين الرياضيات البحتة التي تهتم بحقائق التضمن والرياضيات التطبيقية التي تهتم بمسائل الصدق المادي .

وكل من يريد أن يحقق للرياضيات الدقة يحاول أن يجعل النظريات نتائج منطقية للبديهيات وما يصدر عنها . ولا يستخدم كما فعل اقليدس افتراضات غير تلك المصرح بها[١] .

(١) M. cohen and E. Nagel, An introduction to logic ch. VII, the nature of logical mathematical system PP. 129 – 133, Reading in the philosophy of science PP. 129 – 133.

وخلاصة القول إن كوهين وناجل يذهبان إلى أن القضايا الرياضية لا يبرهن عليها تجريبياً ، وإنما ببيان ما بين القضايا من علاقات للتضمن ولكن يجب علينا ألا نبرهن على كل قضايا النسق الرياضي ، وإلا وقعنا في الدور . ومن الجدير أن نلاحظ أن القضايا المعتبرة بديهيات في نسق من الممكن أن يبرهن عليها نسق آخر ، وأن الحدود غير المعرفة في نسق من الممكن أن تعرف في نسق آخر ، وأن الرياضيات البحتة نسق مبرهن استنباطي بديهياته فروض تعتبر من أجل القضايا التي تتضمنها . وأما العلاقة بين البديهيات والنظريات فهي كالعلاقة بين الرئيس والتابع ، وأن البديهيات هي مقترحات للنظريات أو هي البناء الصوري للنسق الذي تعتبر النظريات عناصره .

لقد تبين لنا أن المفكرين والرياضيين انقسموا على أنفسهم فيما يخص الحقائق الرياضية وعلاقتها بالتجربة . فذهب بعضهم إلى أن القضايا الرياضية حقائق تجريبية وصلنا إليها بتعميمات استقرائية . وبذلك تقوم الرياضيات على اعتبارات مادية وحدسية . وقد تعرض هذا الرأي لانتقاد شديد من جانبين : فريق يرى أن الرياضيات لا تقوم أساساً على التجربة لأن الرياضيات ليست علوماً تجريبية وان كنا قد وصلنا إلى اكتشاف بعض نظرياتها بطرق استقرائية ، فالتجربة لا تستطيع أن تدحض الحقائق الرياضية ولا أن تبرهن على ضرورة الحقائق الرياضية الصادقة صدقاً كلياً ، والتي لا تحتاج كما تحتاج الحقائق الفيزيقية إلى مراجعات وتصحيحات ومع ذلك لها علاقة بالواقع وبالتجربة وقد تفيد في وصف العالم وفي جعلنا نوفق في أمور حياتنا وفي السيطرة على عالم تجربتنا . ومن الممكن أن نطبق

حقائقها في الفيزياء التي قد تلهم الرياضي بعض الفروض الهامة وان كان الفرض وليد الفكر وعندما تختلط الرياضيات بالفيزياء يكون من الممكن أن يقوم عليها تحقيق تجريبي . وأما الفريق الآخر المعارض للتجربة فهو يرى أن قضايا الرياضيات اتفاقات وتعريفات متنكرة ، وتكون صادقة صدقاً صورياً بمقتضى تعريف التصورات المتضمنة فيها ولا يرجع هذا الصدق إلى وضوحها الذاتي . فليست القضايا الابتدائية بأوضح من النظريات كما أن الوضوح فكرة حدسية ، وليس هناك ما يعصم الحدس من الخطأ . ولذلك حاول المناطقة أن يجعلوا من الرياضيات أنساقاً فرضية استنباطية ، تبرهن البديهيات المفترض صدقها على الصدق الصوري للنظريات دون الاهتمام بمسألة الصدق المادي للبديهيات . ونستطيع أن نؤكد أن منهج الرياضيات ليس هو المنهج التجريبي إلا إذا قصد بالتجربة تجربة ذهنية خيالية ، على نحو ما ذهب إليه ريخيانو ، وكان بذلك على اتفاق مع الحدسيين .

٢ ـ الاستقراء الرياضي :

لقد تبين لنا أن المتابعين للمنطق وللتحليل من الرياضيين يرون أن الرياضيات تركيبات فرضية استنباطية يؤدي فيها الاستنباط دوراً رئيسياً ، ابتداء من فروض نسميها مسلمات أو بديهيات ومن تعريفات . والاستنباط قد يوصف بأنه عملية تحليلية تنتقل من العام إلى الخاص ، اعتماداً على ما نراه في القياس الأرسطي الذي هو أوضح نموذج للاستدلال الاستنباطي الهابط . ولقد تعرض القياس وبالتالي الاستنباط لانتقادات لاذعة منها أنه لا يأتي بجديد حيث إن النتيجة موجودة على نحو ما في المقدمات . ولذلك يكون الاستنباط

عملية استدلالية دقيقة ، ولكنها عميقة . وفي مقابل ذلك هناك الاستقراء الذي يعتبر الطريق الوحيد الذي يتبعه الفكر المنتج لمعرفة جديدة إنه كما يقول موي امتداد للمعرفة وتعميم لها وان كان لا يزعم لنفسه ما للاستنباط من دقة مطلقة[1] ولكن الرياضيات علم دقيق ، ولذلك قال الرياضيون بنوع من الاستقراء يتصف بالدقة والاستقراء ما هو إلا فرع من فروع الاستدلال ، لذلك يذهب بوانكاريه إلى أن منهج الرياضيات هو المنهج الاستدلالي المنزه عن الخطأ ، الذي يشارك الاستقراء في الخصوبة ، ويشارك الاستنباط في الدقة المطلقة ، وهو يختلف عن الاستقراء العادي بأنه أكيد ، وعن الاستنباط بأنه يأتي بجديد ، وعن القياس بأنه ينتقل من الخاص إلى العام . ويرفض بوانكاريه أن يكون هذا المنهج تحليلياً حتى لا ترجع الرياضايات إلى تحصيل حاصل لا طائل تحته ، وحتى لا تنحصر في ذاتية لا تستطيع أن نخرج منها . كما يرفض أن تكون البراهين الرياضية تتابعاً من القضايا تبدأ بمقدمات هي ذاتيات أو تعريفات وتنتهي إلى نتائج تشتق من المقدمات ، حتى لا يصير الأمر كله على حد تعبيره تحصيل حاصل أو لغواً هائلاً . ولذلك اقترح بوانكاريه أن نطعم هذا المنهج بالحدس الذي يبدأ منه تركيب يجعل البرهنة الحقيقية الكلية تختلف عن التحقيقات التحليلية والجزئية .

إن المنهج الرياضي ينطوي في نظر بوانكاريه ، على استقراء أو استدلال بالتكرار مؤداه أنه إذا أقمنا نظرية في الحالة (ن ـ ١) وأثبتنا أنها صادقة في هذه الحالة ، فإنها تكون صادقة في الحالة ن ، ومن

---

(١) Mouy, op. cit., P.85.

ذلك نستنتج أنها صادقة بالنسبة لجميع الأعداد الصحيحة . ويرى أننا نستخدم هذا الاستدلال بالتكرار في البرهنة على قواعد الحساب الجبري . وأن هذا الاستدلال هو الذي سمح للرياضيات بالتقدم بعد أن كانت معرضة للتوقف وعدم التقدم لو اعتمدت على الطرق التحليلية .

ويرى بوانكاريه أن هذا الاستدلال الرياضي الكامل يحتوي على لا نهاية من الأقيسة التي تجري على النحو التالي :

النظرية صادقة بالنسبة للعدد ١ .

وإذا كانت صادقة بالنسبة للعدد ١ ، فهي صادقة بالنسبة للعدد ٢ إذن هي صادقة بالنسبة للعدد ٢ .

وإذا كانت صادقة بالنسبة للعدد ٢ . فهي صادقة بالنسبة للعدد ٣ إذن هي صادقة بالنسبة للعدد ٣ . . . . وهكذا ؟

وإن نتيجة كل قياس هي المقدمة الصغرى للقياس الذي يليه أما المقدمات الكبرى بجميع قياساتنا فهي ترجع إلى صيغة واحدة هي إذا كانت النظرية صادقة في حالة العدد (ن ـ ١) فهي صادقة في حالة العدد ن . وأنه يكفي في حالة الاستدلالات بالتكرار أن يبرهن على المقدمة الصغرى للقياس الأول والصيغة العامة التي تحوي المقدمات الكبرى كحالات خاصة . وقد نستطيع أن نبرهن بالتحقيق التجريبي على عدد محدود من القياسات ولكن عندما يتعلق الأمر بعدد لانهائي منها يصير التحقيق العملي عاجزاً . لأن التحقيق يسمح لنا بالبرهنة التحليلية في حدود المنتهي ولذلك لا بد من أن يلجأ إلى الاستدلال الرياضي الذي يسمح لنا بالبرهنة على ما لا ينتهي . ومن

الجدير أن نلاحظ أن بوانكاريه لم يكن دقيقاً عندما اعتبر هذا الاستدلال بالتكرار مجموعة من أقيسة مكونة من مقدمة كبرى ومقدمة صغرى ونتيجة هي المقدمة الصغرى للقياس التالي . فليست الاستدلالات الجرائية المتضمنة في الاستدلال الكلي أقيسة ، بل هي استدلالات شرطية حملية من الصورة المعروفة تحت اسم صورة الاثبات بالاثبات Modusponendo ponens كما يلاحظ أنه عندما رأى الاكتفاء بالبرهنة على الصيغة العامة ، وهي القضية الشرطية إلى جانب المقدمة الصغرى للقياس الأول قصد أن نبرهن على صدق كل من المقدم والتالي لم يقصد أن نبرهن على صدق القضية الشرطية لأنها تكون صحيحة البناء وصادقة عندما يكون كل من مقدمها وتاليها كاذباً ، وعندما يكون مقدمها كاذباً وتاليها صادقاً وعلى الرغم من أنه لا يستقرىء جميع الاعداد الممكنة يصف هذا الاستقراء بأنه كامل ويستخدم هذا الاستقراء الرياضي الكامل على نطاق واسع في الرياضيات فهو يستخدم في تحقيق ما يسمى عند الرياضيين بالجمل المفتوحة التي تتضمن متغيرات وأعداداً صحيحة مثل : ١ ـ بالنسبة لكل عدد صحيح موجب أكثر من ٢ وليكن ن فإن مجموع الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه ن يساوي (ن ـ ٢) × ١٨٠ درجة .

٢ ـ بالنسبة لكل عدد صحيح موجب وليكن ن يكون العدد ٢ عاملاً من عوامل ن ٣ + ن .

٣ ـ بالنسبة لكل عدد صحيح موجب وليكن ن ، فان مربع مجموع سلسلة ن من الأعداد الصحيحة يساوي مجموع مكعبات هذه الأعداد .

ويستخدم مبدأ الاستقراء الرياضي لا في البرهنة على هذه القضايا

الابتدائية فقط بل أيضاً في قضايا أكثر تعقيداً وأكثر فائدة فمن الممكن أن يستخدم في البرهنة على صدق قضايا لشروط معينة كما هو الحال في القضية التالية .

$٢^{ن}$ < | ن ، حيث | ن = ١×٢×٣×٤× . . . ×ن

بشرط أن تكون ن أكبر من ٣

لأن هذه القضية كاذبة عندما تكون ن < ٣ ، أعني عندما تساوي ١ أو ٢ أو ٣ . ويستخدم مبدأ الاستقراء الرياضي أيضاً فيما يعرف بالتعريفات الاستقرائية ، وفي رمزية التعبير عن الجمع ، وفي نظرية ذات الحدين .

أما التعريفات الاستقرائية فهي التي تقوم بوضعها عندما تكون التصورات المراد تعريفها غير محددة تحديداً كافياً لجعلنا نفهمها فهماً جيداً إننا في الرياضيات نسعى إلى وضع تعريفات دقيقة محددة ، ولكن ذلك مثال ليس من الممكن الوصول إليه دائماً ، حتى في الرياضيات الابتدائية فهناك مثلاً في الهندسة تصورات من الصعب تعريفها تعريفاً دقيقاً وذلك مثل تصور المضلع ، كما أن بعض التصورات تعتمد في تعريفاتها الدقيقة على ما يسمى بالتعريفات الاستوائية . وقد بذلت عدة محاولات لتعريف التصورات دون الرجوع إلى التعريف الاستقرائي . ولكن ذلك غير ممكن إلا عندما يكون التصور محدداً تحديداً يكفي لتعريفه تعريفاً دقيقاً . فنحن لا نستطيع أن نعرف فكرة الأسس الصحيحة الموجبة أو أن نضفي معنى على التعبير الرمزي $أ^{ن}$ إلا بواسطة تعريف استقرائي على النحو الآتي :

(١) أ١ = أ

(٢) أك + ١ (أك) × أ حيث ك عدد صحيح موجب .

ويعتمـد التعريف الاستقـرائي على أنه إذا عـرف تصور يتضمن أعداداً صحيحة وموجبة بالنسبة للعدد ١ وعرف أيضاً بالنسبة للعدد (ك + ١) بفرض أنه عرف بالنسبة للعدد ك فإنه يكون معرفاً بالنسبة لكل عدد صحيح موجب .

أمـا بالنسبـة للتعبير الـرمزي عن المجمـوع فهو المستخـدم في مجموع المتواليات الحسابية فإذا كان الرمز أ ن يعبر عن الحد النوني من مقولة حسابية فإن التعبير الرمزي أ ن = ٢ ن يعتبر تعريفاً لمتوالية حدها الأول ٢ بقيمة كل حد فيها . ومن الممكن أن نعبر عن جمع المتوالية تعبيراً استقرائياً على النحو التالي :

(١) مجـ١ أو = أ (مجموع متواليـة حتى الحد الأول ١ يساوي الحد الأول)

و = ١

(٢) مـجـ ك + ١ أو = (مـجـ ك أو) + أك + ١

و = ١ و = ١

مجموع متوالية عددية حتى الحد ك + ١ يساوي مجموع هـذه المتوالية في الحد ك مضافاً إلى ذلك الحد ك + ١

وعلى ذلك يرمز التعبير الرمزي مجـ ١٠٠ (٢ و) إلى مجموع الحدود المتوالية

و = ١

الأولى لمتوالية حسابية حدها الأول ٢ .

ولرمز التعبير عن الجمع عدة خواص من الممكن أن يبرهن عليها بمبدأ الاستقراء الكاملَ .

أما بالنسبة لنظرية ذات الحدين فمن الممكن أن يعـرف التعبير الرمزي |ن وهو مضروب ن ، تعريفاً استقرائياً على النحو التالي :

(١) ١| = ١

(٢) ك + ١| = (ك + ١) ك|

وعلى ذلك فإن :

٢ = ٢ × ١| = ٢ × ١

٣| = ٣ × ٢| = ٣ × ٢ × ١ .

فإذا كان ك ، ع أعداداً صحيحة بحيث صفر ⩽ ع ⩽ ن فإن معـامـل كـــل حـد في نــظريـة ذات الحــدين الـذي نــرمـز لــه بالتعبيرالرمزي كقع

يعرف على النحو الآتي :

ك (ع) = ك| / (ع| ك - ١| ع)

ولهذا المعامل خواص هامة منها :

$$\begin{matrix} \text{ك} \\ \text{ق} \\ \text{ع} \end{matrix} + \begin{matrix} \text{ك} \\ \text{ق} \\ \text{ع} - ١ \end{matrix} = \begin{matrix} \text{ك} \times ١ \\ \text{ق} \\ \text{ع} \end{matrix}$$

وهذه الخاصة من الممكن أن تبرهن على نظرية ذات الجدين ذاتها . لقد تبين لنا إذن دون أن ندخل في التفاصيل ، كيف يستخدم مبدأ الاستقراء الرياضي في البرهنة على بعض النظريات الهامة ، وكيف أنه يحقق ما لا يحققه التحقيق العددي وإن كان هذا المبدأ نفسه يفشل أمام بعض النظريات العويصة التي تتضمن عدة متغيرات كنظرية فيرما $\text{س}^{\text{ن}} + \text{ص}^{\text{ن}} = \text{ع}^{\text{ن}}$

حيث ن عدد صحيح أكبر من ٢[١] .

وليس لمبدأ الاستقراء أو الرياضي إلى الآن أي استخدام إلا فيما ذكرت، علاوة على استخدامه في البرهنة أو على بعض قوانين الحساب مثل قوانين الترتيب والتبديل والتوزيع ، وعلى استخدامه في البرهنة على عدم تناقض الأنساق الصورية منطقية ورياضية .

ولكن ما هي طبيعة هذا المبدأ في نظر الحدسيين والمنطقيين ؟ إن الحدسيين يرون أنه بديهية حدسية وحكم تركيبي قبلي ، لا يرد إلى التجربة أو إلى قوانين المنطق الصوري ، وبالأخص قانون عدم التناقض ومبدأ الذاتية إنه بديهية حدسيـة لا يمكن البرهنـة عليها ، ومهما حاولنا البرهنة على هذه القضية ، فاننا نصل إلى بديهية غير مبرهنة ، ليست في النهاية إلا القضية المراد البرهنة عليها معبراً عنها

(١) Youse Mathematical induction, Prentice Hall, 1966.

بلغة أخرى . ولا يوافق المناطقة على هذا الرأي ، ذلك أنهم ينكرون وجود الحدس والمبادىء الحدسية ، ولا يرون أن الرياضيين يستخدمون الحدس أثناء الاستدلال وأثناء الانتقال من المبادىء والمقدمات إلى النتائج والنظريات ، ومع ذلك يعترفون بما يسمونه هم أيضاً بالاستقراء الرياضي . ولكنهم لا يرون أن الاستقراء الرياضي بديهية أو حكم تركيبي قبلي إنه بكل بساطة تعريف للعدد الصحيح . ولا يوافق الحدسيون المناطقة على اعتبارهم الاستقراء الكامل اتفاقاً وتعريفاً متنكراً ، ويحتجون على المناطقة ، ويطلبون منهم البرهنة على عدم تناقض هذا التعريف لأنهم إذا قبلوه دون برهان كان بديهية وإذا استخدموا التعريف نفسه في البرهنة على عدم تناقض هذا التعريف بعينه كان بديهية كما أن الحدسيين يلزمون المناطقة بتبرير التعريف حتى يكون مقبولاً والتبرير يكون بالبرهنة على عدم تناقضه كما يطالبونهم بالبرهنة على عدم تناقض أنساقهم بدون الرجوع إلى بديهية الاستقراء الكامل التي لم يبرهنوا عليها . ولكي نقرر أن المسلمات لا تتضمن تناقضاً ، يجب أن نفحص كل القضايا التي من الممكن أن تستنبط من هذه المسلمات المعتبرة كمقدمات ، وأن نبرهن على عدم وجود قضيتين كل منهما تناقض الأخرى أو تنفيها . فإذا كانت هذه القضايا متنهية العدد كان التحقيق المباشر ممكناً وهذه حالة قليلة الحدوث وفضلاً عن ذلك قليلة الأهمية . وإذا كانت غير متنهية العدد كان التحقيق المباشر غير ممكن ، ووجب أن نلجأ إلى عمليات من البرهان ، نكون عادة مضطرين فيها إلى أن نكرر مبدأ الاستقراء الكامل الذي ما زال علينا أن نحققه ، وأن نبرهن عليه .

إن المناطقة قد فشلوا في نظر الحدسيين في أن يجعلوا من الاستقراء الكامل تعريفاً ذلك أنهم قد وضعوا عدة تعريفات للعدد الصحيح ، ونسبوا التعريف العدد الصحيح عدة معان . وهذا يجعل من العسير استخدام هذه التعريفات بحيث تدل على شيء واحد . إن الشيء المعروف يجب أن يكون له تعريف واحد ينسب له معنى واحد في جميع الاستدلالات والاستعمالات وإذا كان للشيء الواحد تعريفان أو أكثر أو إذا نسبنا له معان مختلفة كانت هذه التعريفات تعبيراً عن بديهية . ومن ثم فإن الحدسيين يلزمون المناطقة بالتسليم بأن مبدأ الاستقراء الكامل ليس تعريفاً . وإنما هو بديهية حدسية ، ستخدمه لاثبات عدم تناقض المسلمات كحكم تركيبي قبلي .

ان جميع الرياضيين يستخدمون هذا الاستدلال في اثبات عدم تناقض نتائج بديهياتهم مما يبرهن على عدم تناقض البديهيات أنفسها وهم يستخدمون هذا المبدأ لا في الحساب فقط ، بل أيضاً في الهندسة ، فالنظرية الأساسية في الهندسة هي أن بديهيات الهندسة لا تحوي تناقضاً وهذا لا يمكن البرهنة عليه دون الاعتماد على مبدأ الاستقراء الكامل وقد برهن هيلبرت على ذلك باعتماده على التحليل ، واعتماد التحليل على الحساب واعتماد الحساب على مبدأ الاستقراء .

وإذا استطاع المناطقة واللوجستيقيون أن يبرهنوا على أن مبدأ الاستقراء تعريف وأنه صفة وراثية للعدد ببراهين لا تتضمن مصادرة على المطلوب ولا تتصف بأنها تحصيل حاصل ، ولا تعتمد إلا على ما وضعوه في بداية النسق من مسلمات ولا تتضمن إلا تصورات منطقية بعضها ثوابت وبعضها متغيرات ، كانوا على حق في إرجاعهم

الرياضيات إلى المنطق وجعلهم المنطق محوراً تدور عليه البراهين الـرياضيـة وصفة جـوهريـة لمنهجها . وكـانوا على حق في ردهم الاستقراء الرياضي إلى الاستنباط المنطقي . وصار المنهج الرياضي في أساسه استنباطياً .

ثالثاً : انقسام الرياضيين إلى مناطقة وحدسيين

تبين مما سبق أن الرياضيات كانت حدسية في نشأتها التجريبية عند قدماء الشرقيين من بابليين ومصريين وصينيين وهنود ، أثارتهـا دواعي عملية ونفعية ولم يثبت للآن انه كان لها عندهم منهج نظري عام من الممكن أن يتصف بأنه منطقي ؛ وما نجده عند البابليين من منهج في الجبر يراه بعضهم منهجاً عاماً ويراه آخرون منهجاً خاصاً لم يصل إلى درجة العمومية لافتقار الجبر البابلي إلى الرموز ، ليس في رأيي منهجاً يتبع قـواعد المنـطق الذي لم يكن قـد اكتشف بعد ، ويمكنني القول إنه كان منهجاً حدسياً .

إن المنهج الرياضي قد اتضحت معالمه على يد اليونـان . وقد حاول فيثاغورث وابقراط وأفلاطون وابيروكسوس وغيرهم أن يجعلوه منهجاً نظرياً يسير وفق قواعد معينة وجاءت شهرة إقليدس عن أنـه حاول أن يشتق جميع مـا اكتشف قبله من عدد قليـل من المبادىء بواسطة قواعد المنطق وحده حاصرا الحـدس في نقط البدايـات . ولكنه لم ينجح في ذلك كل النجاح فقد كان الحدس يتسرب في أثناء البراهين إلى النظريات بحيث لم يعد تشتق جميعاً بالقواعد المنطقية وحدها . وهذا ما دعا بعض الرياضيين إلى نقد النظام الذي اتبعه إقليدس في أصوله . وحاول بعضهم إصلاحه بتنقيـة مسلماتـه من

الغموض الحدسي ، وبإحكام ترتيب نظرياته وفقاً للاشتقاق المنطقي الصرف دون أن يسمح للحدس أن يتسرب إلى النظريات المبرهن عليها . وفي هذا الاتجاه جرت محاولات البرهنة على مسلمة اقليدس التي انتهت بقيام هندسات لاإقليدية كلها منطقية تراعي قواعد المنطق وحده في البرهنة على نظرياتها ابتداء من مسلماتها التي لا تناقض بينها ، والتي قد لا يشهد ببعضها الحدس الذي خرجت منه الهندسة الاقليدية .

وقد مهد ديكارت بكتابه مقال عن المنهج وكتابه قواعد التوجيه العقل للمحاولة التي قام بها أرنولد Arnauld في القرن السابع عشر ، في كتابه الأصول الجديدة للهندسة الذي نشره سنة ١٦٦٧ حيث حاول ترتيب الأصول وفقاً للمعنى الحقيقي للمنطق . ولقد حاول ديكارت ومن سار في طريقة أن يقيم الهندسة والرياضيات بعامة على الحدس العقلي . فابتعد عن المنطق بالمعنى المدرسي للكلمة ، جاعلاً من الحدس المنهج الوحيد للرياضيات . فنحن لا نبدأ فقط من الحدوس الواضحة المتمايزة ، ولكننا نستخدم أيضاً الحدس في كل مرحلة من مراحل الاستنباط الذي يستحيل أن يتم بدون هذا التدرج الحدسي الذي نحيط به بنظرة واحدة .

وخلاصة القول ان بعضهم اعتبر المنهج الرياضي منطقياً صرفاً ، واعتبره آخرون حدسياً . وناصر كلاً من الاتجاهين فريق من الفلاسفة والرياضيين . وكان ليبنتز أول من ناصر الاتجاه المنطقي . وحاول أن يقيم الرياضيات على المنطق وحده . وكان كانط من أوائل الذين ناصروا الحدس وان كان يفهم منه معنى غير المعنى الديكارتي . وانقسم الفلاسفة والرياضيون بعد ذلك إلى أنصار لليبنتز . وأنصار

لكانط ، باعتبارهما ممثلين للنزعتين المنطقية والحدسية على الترتيب .

ليس لجميع الرياضيين إذن رأي واحد في طبيعة الرياضيات وطبيعة منهجها وليس لهم مسلك واحد فبعضهم يعتمد على المنطق والآخرون يلجأون إلى الحدس ويرون فيه الطريق الوحيد للاكتشاف . فالرياضيون بعامة ينظرون إلى النظريات الرياضية من هاتين الزاويتين : زاوية المنطق وزاوية الحدس . وفي ذلك يقول بوانكاريه « إنه من الصعب أن ندرس كتب الرياضيين . . . دون أن نميز اتجاهين متعارضين ، أو بالأصح نوعين مختلفين من العقول فبعضهم يهتم قبل كل شيء بالمنطق الذي يجعلهم يتقدمون خطوة فخطوة » وآخرون يسترشدون بالحدس ، ويبتكرون به نظريات تفتقد الدقة المنطقية[1] .

وقد يتوهم بعضهم أن الانفسام إلى منطقيين وحدسيين يرجع إلى الموضوعات التي يشتغل بها الرياضيون ، فمن يشتغل بالهندسة فهو حدسي ومن يشتغل بالتحليل فهو منطقي . ولكن الأمر ليس كذلك ، فالانقسام لا يرجع إلى المادة فليست المادة التي يعالجونها هي التي تفرض عليهم منهجاً دون آخر . فالبعض قد يظل تحليلياً حتى عندما يشتغل بالهندسة ويظل آخرون هندسيين حتى إذا اشتغلوا بالتحليل الخالص . فالانقسام والاختلاف يرجع إلى طبيعة العقول نفسها التي تجعل منهم منطقيين أو حدسيين .

---

(١) Poincare, la valeut de science Flammation, Paris 1916.

وقد يتوهم البعض أن الانقسام إلى منطقيين وحدسيين يرجع إلى طبيعة متعودة أو متكسبة عن طريق التربية والتعليم وكثيراً ما نتعود عادات عقلية نكتسبها بالتربية والتعليم ، الذي نمى ، في رأيهم ، أحد الاتجاهين في الرياضيين وأضعف الآخر . ولكن الأمر ليس كذلك ، فنحن نولد رياضيين ولا نصير كذلك ، كما أننا نولد تحليليين أو هندسيين فكون الفرد تحليلياً أو هندسياً منطقياً أو رياضياً حدسياً . ليست صفة مكتسبة بالتربية والتعليم(١) .

ويمكنني أن أسوق شواهد كثيرة من الرياضيين تؤيد أن الانقسام إلى منطقيين تحليليين وإلى هندسيين حدسيين يرجع إلى طبيعة العقل وأن هذه الطبيعة ملازمة لهم حتى في معالجة موضوعات تتسم بما هو ضد لهذه الطبيعة . وأن هذه الطبيعة المنطقية أو الحدسية غير مكتسبة .

فالرياضي الحدسي ميراي Meray ظل حدسياً في معالجته لفكرة منطقية هي امكان تقسيم الزاوية إلى عدد من الأقسام ، فأنكرها لعدم وضوحها الحدسي ، ولاحتياجها إلى برهان منطقي معقد . أما الرياضي المنطقي كلاين Klein فقد ظل تحليلياً منطقياً في معالجته فكرة امكان وجود دالة على سطح ريماني مفروض لها خواص معينة ، فقد بحث عن برهان منطقي دقيق(٢) .

وها هي مقارنة أخرى تبين أن كون طبيعة العقل منطقية أو حدسية

---

(١) Ibid., P. 12.

(٢) Ibid., PP. 12 – 13.

لا تكتسب بالتربية ، فالعالمان الرياضيان برتراند Bertrand وهيرميت Hermite تلقيا نفس التعليم وتعرضا لتأثيرات واحدة وعاشا في عصر واحد ومع ذلك هناك اختلاف كبير بينهما في كتاباتهما وفي طريقة كلامهما وفي وجهتي نظرهما فبرتراند يلتمس الحقيقة في العالم الخارجي ويحاول أن يرسم الأشكال التي يدرسها بحركات من يده فهو يحاول أن يرى وأن يحدس أما هيرميت فيلتمس الحقيقة في داخل نفسه ، فالحقيقة عنده اتفاق الفكر مع نفسه وعدم تناقضه[1] .

هناك مقارنة أخرى لاثنين من علماء الهندسة الألمان تبين أن العقول المنطقية والعقول الحدسية قد تشترك في دراسة موضوع واحد كالهندسة ولكنها تختلف في الطريقة ، فالعالمان فايرستراس وريمان قد أسسا النظرية العامة للدوال . ولكن طريقة تشييدها تختلف عند كل منهما نظراً لاختلاف طبيعة عقليهما . أما فايرستراس فقد أرجع التحليل إلى نوع من الامتداد للحساب ولا نجد في كتبه أية صورة وأما ريمان فقد ناصر الهندسة فكل تصور من تصوراته إنما هو صورة والسبب في ذلك هو أن فايرستراس كان منطقياً وكان ريمان حدسياً . ونفس المقابلة نجدها بين سوفس لي Lie الذي كان حدسياً يفكر بالصور وبين الآنسة كوفالفسكي Kowalevski التي كانت منطقية لا تعتمد على الصور[2] .

ومما يؤيد هذا الرأي أن هذا الاختلاف موجود عند طلبة الرياضيات كما هو موجود عند الرياضيين . فالبعض يحب أن يعالج

---

(١) Ibid., PP. 13 – 14.

(٢) Ibid., PP. 14 – 15.

مسائله بالتحليل والبعض بالهندسة والفئة الأولى لا تستطيع أن ترى في المكان ، والآخرون يملون سريعاً من الحسابات الطويلة ، ويرتبكون فيها[1] .

وإذا آمنا بأن العقول قد تكون حدسية أو منطقية ، لما تحيرنا عندما نجد بعض الطلبة لا يفهم الرياضيات ولا يفهم تعريفاتها الدقيقة ويرتبك في استدلالاتها ويخطىء ، فالفهم وعدم الفهم مرتبط بطبيعة العقل التي تستدعي طريقة معينة في العرض وفحص المعروض بطريقة خاصة . فأصحاب العقول المنطقية يفهمون البراهين عندما يفحصون على التوالي كل قياس من الأقيسة التي تتكون منها ويقررون أنه صحيح ، وأنه يتفق مع قواعد المنطق ويفهمون التعريفات عندما يعرفون معاني الحدود المستخدمة ويقررون أنه صحيح ، وأنه يتفق مع قواعد المنطق ويفهمون التعريفات عندما يعرفون معاني الحدود المستخدمة ويقررون أنها لا تحتوي على أي تناقض . أما أصحاب العقول الحدسية فانهم لا يفهمون إذا عرفوا أيضاً أن جميع الاستدلالات الواردة في البرهان صحيحة ، بل إذا عرفوا أيضاً سبب تسلسلها في هذا النظام دون غيره . فالحجج التي تمر أمام أعينهم ترتبط سوابقها بلواحقها بخيط دقيق ، وهي تمر بذهنهم دون أن تترك أثراً فتتعرض للنسيان . وهم لا يفهمون الرياضيات لأن النظريات يعتمد بعضها على بعض ، ولأنهم وقد نسوا ما هم محتاجون إليه ، فلكي يفهموا لا بد لهم من ادراك هذا الخيط الموصل . إنهم لا يفهمون إلا ما يدور حولهم في الطبيعة

---

(1) Ibid., P. 15.

وما يكون له التطبيق ، فيلتمسون علة وجود كل فكرة رياضية ، وهم لا يفهمون إلا إذا وضعوا لكل كلمة صورة محسوسة(١) .

ولقد ترتب على وجود المنطقيين والحدسيين أن رأى كل فريق أسس الرياضيات ونظرياتها من زاوية طبيعة عقله ، فالمنطقيون يرون وجوب أن تتخذ الرياضيات من المنطق منهجاً لها ، فبالمنطق وحده تتقدم وتتابع نظرياتها . وقد أدرك بعضهم الرياضيات على أنها علم مستقل ، ولكنه يستعير منهجه من غيره ، وأدركها بعضهم على أنها فرع من المنطق ، بعد أن صار المنطق.علماً استنباطيّاً دقيقاً ، وجعل بعضهم المنطق فرعاً من الرياضيات التي تشمل كل نظرية استنباطية . أما الحدسيون فيرون أن الرياضيات مستقلة تمام الاستقلال عن المنطق ، فهي حدسية وفي تجدد مستمر بفعل الحدس ، لها طرق ومبادىء خاصة بها مما لا يمكن رده إلى المنطق . ويرى بعضهم أن المنطق يستعير من الرياضيات بعض مبادئها التي تمكنه من البرهنة على عدم تناقض مسلماته وأن الرياضيات تختلف عن المنطق بكونها على اتصال بالواقع ومن ثم فهي موضوعية في حين أن المنطق بعيد كل البعد عن الواقع ، فهو يعتمد على الرمز بعد تجريده عن كل مادة. والفيزيقيون ينكرون على كلا الفريقين ما يراه لمخالفته لطبيعة عقله . وينقسم الرياضيون بازاء كل مسألة إلى فريقين ، فريق يرى أننا نستخدم المنطق في البرهنة عليها ، والآخر يرى أننا لا نستخدم إلا الحدس ، فريق يرى أن منهج الرياضيات هو المنطق والآخر يرى أن منهج الرياضيات هو الحدس .

---

(١) POincare la science rt la methode, PP. 125 – 1276.

ولقد أنكرت مع بوانكاريه أن تكون بعض موضوعات الرياضيات تتميز بكونها منطقية ، وبعضها تتميز بكونها حدسية . ولكن لم أبين هل يشابه الموضوع الواحد ـ الهندسة مثلاً ـ هيولى أرسطو ، فيقبل تعيناً منطقياً أو حدسياً بوصفه غير معين وقابلاً لكل منهما على حده ؟ أو أنه قابل لهما بالقوة بوصفهما غير متقابلين لا بالتناقض ولا بالتضاد ؟ وفي هذه الحالة تختلف الرياضيات ومنهجها باختلاف عقول المعالجين لها . أو أن موضوعات الرياضيات فيها بالفعل شيء من المنطق وشيء من الحدس ، وأن منهجها في بعض نواحيه منطقي وفي بعضها الآخر حدسي ؟ وفي هذه الحال تكون العقول المنطقية عاجزة عن إدراك هذه النواحي الحدسية ، وتكون العقول الحدسية مفتقرة إلى إدراك هذه النواحي المنطقية ؛ بسبب أنها تنظر إلى الرياضيات ومنهجها من زاوية يستحيل معها إدراك ما يخفيه منظورها من منطق أو حدس . ولكني لا أستطيع أن أفصل في الموضوع برأي قاطع حتى أحدد صلة المنهج الرياضي بالمنطق من ناحية ، وبالحدس من ناحية أخرى بعد دراسة مناهج الرياضيين المنطقيين ومناهج الرياضيين الحدسيين .

فهرس المصادر العربية

١ ـ تاريخ الفلسفة الحديثة ـ يوسف كرم .
٢ ـ قصة الفلسفة الحديثة ـ أحمد أمين .
٣ ـ التراث اليوناني في الحضارة الاسلامية ـ ترجمة عبد الرحمن بدوي .
٤ ـ تاريخ الفلاسفة ـ ترجمة السيد عبد اللّٰه .
٥ ـ تاريخ الفلسفة اليونانية ـ دولترستيس .
٦ ـ الرياضيات ـ رسل .
٧ ـ الملل والنحل ـ الشهرستاني .
٨ ـ الرياضيات ـ العاملي .
٩ ـ أعلام الحضارة ـ سمير زيداني .

فهرس المصادر الأجنبية

(١) Mathematical works, Gerhardt's ed.

(٢) Principia, part.

(٣) Couturat, Del L'infimi.

(٤) Peano, Riuistadi Matematica.

(٥) Du Bois Reymond Allgemeine function.

(٦) Riv. di mat.

(٧) Torski, Introduction tolongic.

(٨) Bouasse, De la methode dans les sciences.

(٩) Susanne Larger, An introduction symbolic.

(١٠) Poincaré, La science et la methode.

(١١) Pappus, collections mathematiques

(١٢) Dugald stewart, philosophie de L'esprit humain parpeisse.

(١٣) Hector Neri Castaheda, Arithmetic and reality.

(١٤) Mathematical introduction prentice.

(١٥) Pargmatism.

الفهرس